

Regenschirm*

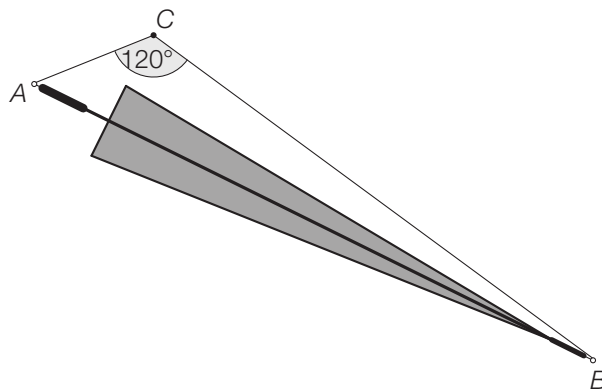
Aufgabennummer: B_181

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) An den Enden eines Regenschirms ist eine 110 cm lange Schnur befestigt. Der Schirm ist so an einen Haken C gehängt, dass die beiden Schnurabschnitte einen Winkel von 120° einschließen. Der Punkt A ist 25 cm weit vom Haken C entfernt. (Siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze.)

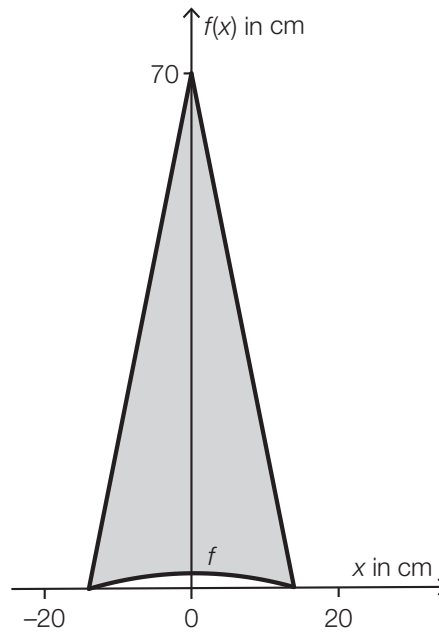


- 1) Berechnen Sie die Länge $\overline{AB}$ des Regenschirms.

Derselbe Regenschirm wird nun so aufgehängt, dass die beiden Schnurabschnitte einen rechten Winkel einschließen. Dadurch ändert sich die Länge der Schnurabschnitte.

- 2) Berechnen Sie, welche Entfernungen der Punkt A in diesem Fall vom Haken C haben kann.

- b) Die Bespannung des Regenschirms besteht aus Flächenteilen, die jeweils durch 2 Geraden und den Graphen der Funktion f begrenzt werden (siehe nachstehende Abbildung).



Für die Funktion f gilt:

$$f(x) = -\frac{1}{98} \cdot x^2 + 2$$

$x, f(x)$... Koordinaten in cm

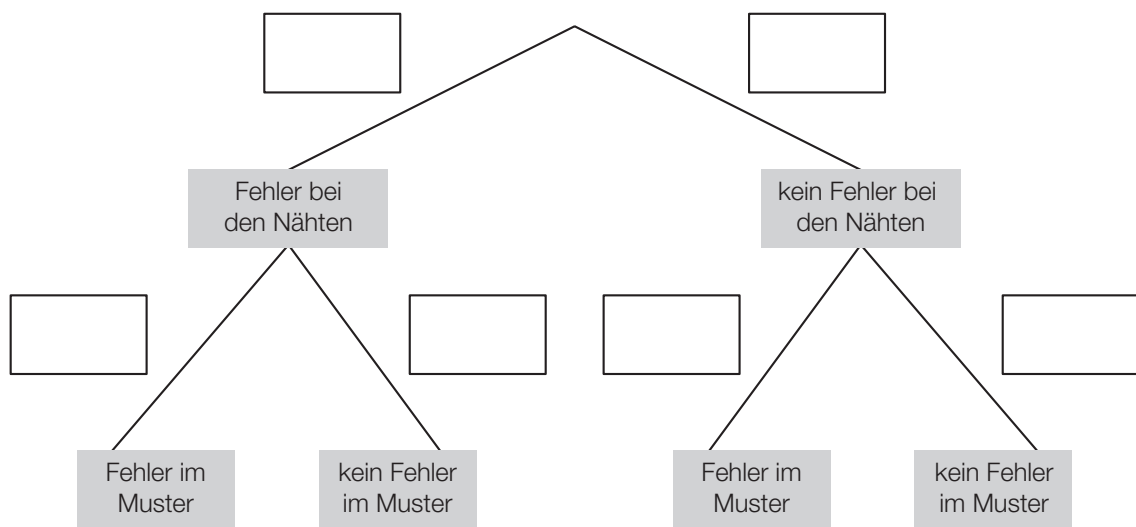
- 1) Berechnen Sie den Flächeninhalt des grau markierten Flächenteils.

c) Für einen Kunsthandwerksmarkt werden Regenschirme angefertigt.

Bei der Herstellung der Regenschirme treten unabhängig voneinander 2 Arten von Fehlern auf. Man weiß aus Erfahrung:

- Bei durchschnittlich 1 von 5 Regenschirmen treten Fehler bei den Nähten auf.
- Bei durchschnittlich 30 % der Regenschirme treten Fehler im Muster auf.

1) Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten im nachstehenden Baumdiagramm.



Regenschirme, die beide Fehler aufweisen („III. Wahl“), werden um € 2 pro Stück verkauft.

Regenschirme, die nur einen von beiden Fehlern aufweisen („II. Wahl“), werden um € 15 pro Stück verkauft.

Regenschirme, die keinen Fehler aufweisen („I. Wahl“), werden um € 30 pro Stück verkauft.

2) Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle.

	I. Wahl	II. Wahl	III. Wahl
Einnahmen pro Regenschirm in Euro	30	15	2
Wahrscheinlichkeit			

3) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Einnahmen pro verkauftem Regenschirm.

Möglicher Lösungsweg

a1) $\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC} \cdot \cos(120^\circ)} = \sqrt{25^2 + 85^2 - 2 \cdot 25 \cdot 85 \cdot \cos(120^\circ)} = 99,8\dots$

Der Regenschirm ist rund 100 cm lang.

a2) x ... neue Streckenlänge $\overline{AC}$

$$x^2 + (110 - x)^2 = \overline{AB}^2$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$x_1 = 10,69\dots$$

$$x_2 = 99,30\dots$$

Der Punkt A ist nun rund 10,7 cm oder rund 99,3 cm vom Haken C entfernt.

b1) Berechnung der Nullstellen:

$$f(x) = 0 \quad \text{oder} \quad -\frac{1}{98} \cdot x^2 + 2 = 0$$

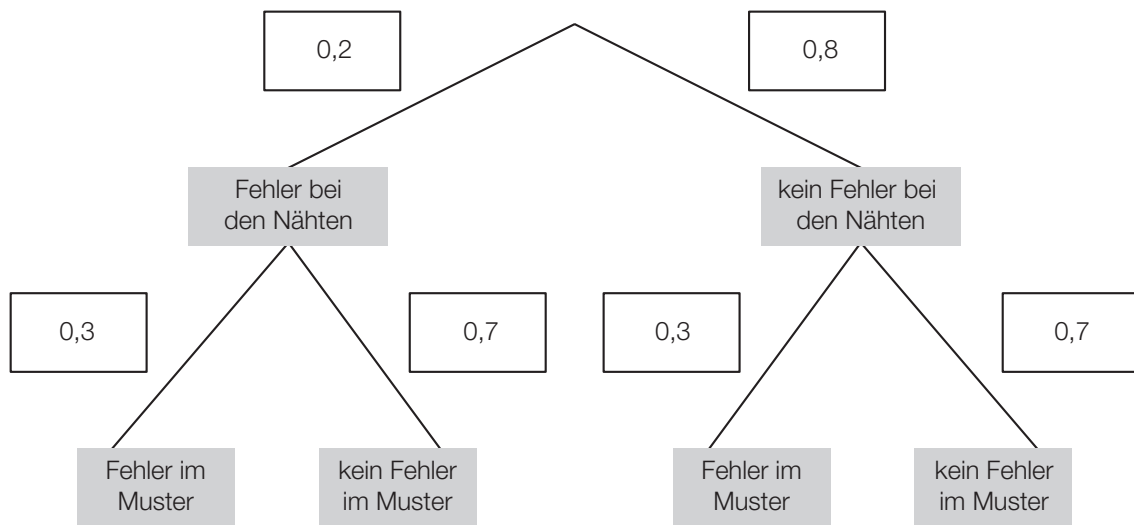
$$x_{1,2} = \pm 14$$

Berechnung des Flächeninhalts:

$$A = 70 \cdot 14 - \int_{-14}^{14} f(x) dx = 942,66\dots$$

Der Flächeninhalt beträgt rund 942,7 cm².

c1)



c2)

	I. Wahl	II. Wahl	III. Wahl
Einnahmen pro Regenschirm in Euro	30	15	2
Wahrscheinlichkeit	$0,8 \cdot 0,7 = 0,56$	$0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,3 = 0,38$	$0,2 \cdot 0,3 = 0,06$

c3) $30 \cdot 0,56 + 15 \cdot 0,38 + 2 \cdot 0,06 = 22,62$

Der Erwartungswert für die Einnahmen pro verkauftem Regenschirm beträgt € 22,62.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Streckenlänge $\overline{AB}$

a2) 1 × A: für den richtigen Ansatz

1 × B2: für die richtige Berechnung der Entfernungen, die der Punkt A in diesem Fall vom Haken C haben kann

b1) 1 × A: für den richtigen Ansatz

1 × B: für die richtige Berechnung des Flächeninhalts

c1) 1 × A1: für das richtige Ergänzen der Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm

c2) 1 × A2: für das richtige Vervollständigen der Tabelle

c3) 1 × B: für die richtige Berechnung des Erwartungswerts