

Biogas

Aufgabennummer: B_174

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Biogas ist ein alternativer Energieträger. Es kann unter anderem aus Mais- oder Zuckerrüben gewonnen werden. Der Hauptbestandteil von Biogas ist Methan.

x ... Ackerfläche in Hektar (ha), auf der Mais angebaut wird

y ... Ackerfläche in Hektar (ha), auf der Zuckerrüben angebaut werden

- a) Eine Landwirtin hat insgesamt höchstens 40 Hektar (ha) Anbaufläche zur Verfügung. Sie will auf einer Ackerfläche von mindestens 5 ha Mais und auf einer Ackerfläche von mindestens 10 ha Zuckerrüben anbauen.
 Außerdem möchte sie einen Ertrag von mindestens 480 000 m³ Biogas erzielen. Sie möchte die Kosten für die Erzeugung von Methan möglichst gering halten. In der folgenden Tabelle sind die Kosten und Erträge aufgelistet:

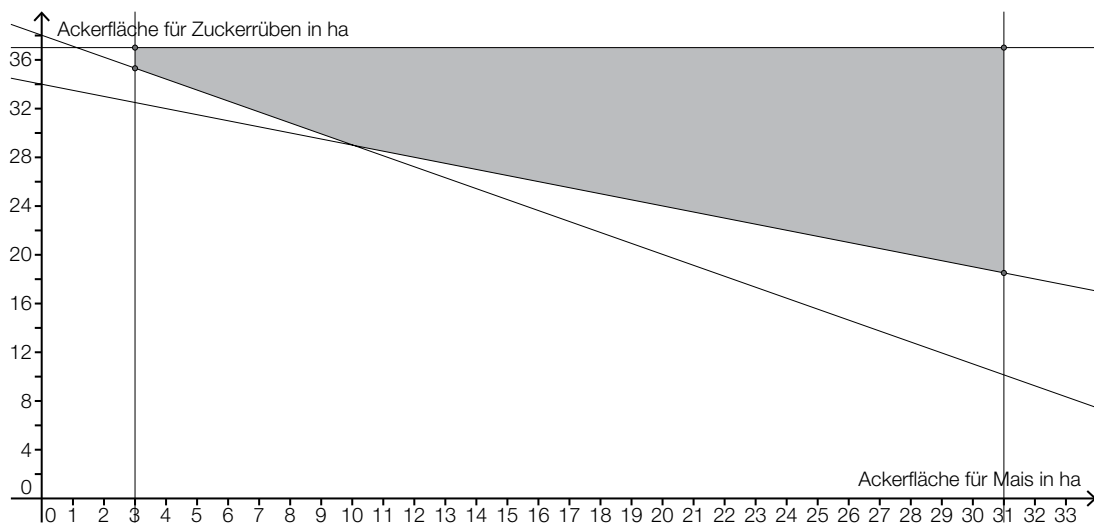
	Produktionskosten für Methan in €/m ³	Methanertrag in m ³ /ha	Biogasertrag in m ³ /ha
Energiemais	0,2	6 400	11 000
Zuckerrüben	0,25	7 000	12 600

- Stellen Sie die notwendigen Ungleichungen und die Zielfunktion für eine lineare Optimierung auf.

- b) Ein Landwirt ermittelt für seine Biogasproduktion folgende Zielfunktion Z der entstehenden Kosten in Euro (€):

$$Z(x,y) = 1\,050 \cdot x + 1\,500 \cdot y$$

- Zeichnen Sie diejenige Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in die nachstehende Grafik mit dem grau unterlegten Lösungsbereich ein.
- Lesen Sie aus der Grafik diejenigen Ackerflächen für Mais und Zuckerrüben ab, für die die Kosten minimal werden.
- Berechnen Sie die entstehenden minimalen Kosten.



- c) Mögliche Werte für x und y werden durch folgende 6 Ungleichungen beschrieben:

- (1) $x \geq 10$
- (2) $x \leq 62$
- (3) $y \geq 8$
- (4) $y \leq 60$
- (5) $y \geq -0,75 \cdot x + 70$
- (6) $y \geq -0,52 \cdot x + 62$

- Zeichnen Sie diejenige Fläche, die durch diese Ungleichungen bestimmt ist.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Zielfunktion: $Z(x,y) = 0,2 \cdot 6\,400 \cdot x + 0,25 \cdot 7\,000 \cdot y = 1\,280 \cdot x + 1\,750 \cdot y$

Ungleichungen:

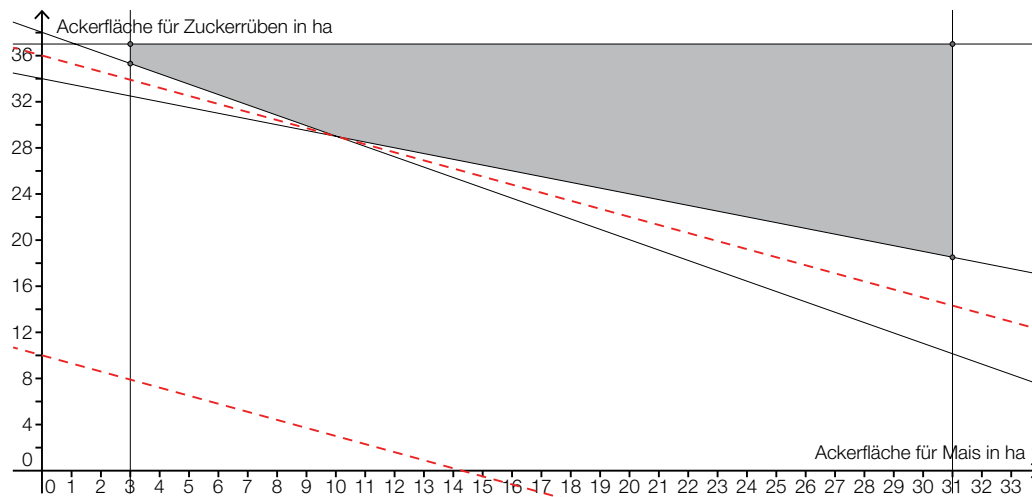
$$x \geq 5$$

$$y \geq 10$$

$$x + y \leq 40$$

$$11\,000 \cdot x + 12\,600 \cdot y \geq 480\,000$$

b)

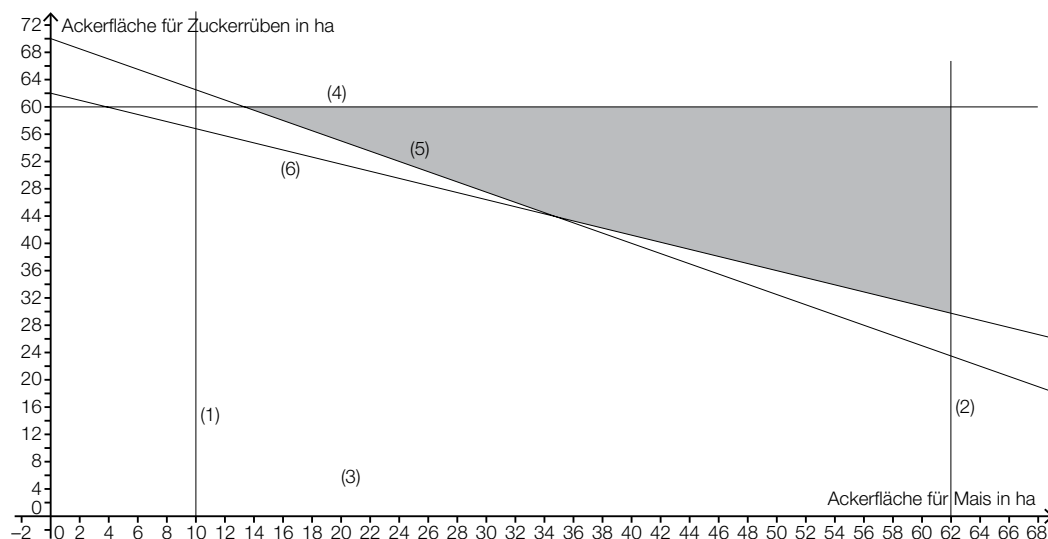


Der Lösungspunkt hat die Koordinaten (10|29).

Es werden auf einer Ackerfläche von 10 ha Mais und auf einer Ackerfläche von 29 ha Zuckerrüben angepflanzt. $\Rightarrow Z(10, 29) = 1\,050 \cdot 10 + 1\,500 \cdot 29 = 54\,000$

Die minimalen Kosten betragen daher € 54.000.

c)



Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 3
- c) 3

Thema: Wirtschaft

Quellen: —