

Zweistufige Produktion

Aufgabennummer: B_163

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

In einem Unternehmen werden aus den Rohstoffen R_1 und R_2 die Zwischenprodukte Z_1 , Z_2 und Z_3 und daraus die Endprodukte E_1 , E_2 und E_3 hergestellt. Die Mengenangaben erfolgen jeweils in ME.

a) Die Produktionsverflechtung wird durch die beiden nachstehenden Tabellen beschrieben.

	Z_1	Z_2	Z_3
R_1	2,1	1,2	4,3
R_2	3,4	2,5	1,6

	E_1	E_2	E_3
Z_1	2,0	1,3	0
Z_2	3,1	2,4	0
Z_3	0	4,5	2,8

- Veranschaulichen Sie die Produktionsverflechtung von den Rohstoffen bis zu den Endprodukten als Gozinto-Graph.
- Berechnen Sie den Bedarf an Rohstoffen, wenn von jedem der Endprodukte 1 ME hergestellt wird.

b) Die 2×3 -Matrix $\mathbf{C}$ beschreibt den Mengenbedarf an Rohstoffen für die Herstellung der Endprodukte. Der Spaltenvektor $\vec{n}$ beschreibt die Nachfrage nach den Endprodukten. Es soll der Mengenbedarf an Rohstoffen berechnet werden.

- Ordnen Sie den beiden Aussagen jeweils den geeigneten Ansatz aus A bis D zu. [2 zu 4]

Die benötigten Rohstoffe erhält man als Elemente eines Zeilenvektors.

Die benötigten Rohstoffe erhält man als Elemente eines Spaltenvektors.

A	$\mathbf{C} \cdot \vec{n}^T$
B	$\vec{n} \cdot \mathbf{C}$
C	$\mathbf{C} \cdot \vec{n}$
D	$\vec{n}^T \cdot \mathbf{C}^T$

Der Vektor $\vec{p} = (20 \ 50)$ beschreibt die Preise der Rohstoffe in €/ME.

- Berechnen Sie die Gesamtkosten für die Rohstoffe für $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 8 & 25 & 12 \\ 15 & 18 & 5 \end{pmatrix}$ und $\vec{n} = \begin{pmatrix} 100 \\ 160 \\ 140 \end{pmatrix}$.

- c) Im Lager sind Rohstoffmengen vorhanden, die bei der Produktion restlos verbraucht werden sollen. Die Nachfrage nach dem Endprodukt E_3 ist doppelt so hoch wie die Nachfrage nach dem Endprodukt E_1 .

Für die Produktion kann die folgende Matrixengleichung aufgestellt werden:

$$\begin{pmatrix} 570 \\ 430 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 25 & 12 \\ 15 & 18 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ 2 \cdot n_1 \end{pmatrix}$$

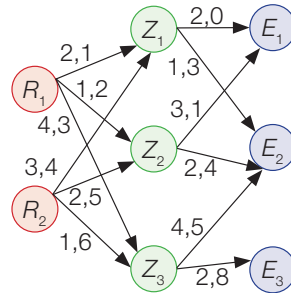
- Erklären Sie die Aussage der einzelnen Matrizen in dieser Gleichung.
- Berechnen Sie die Mengen der Endprodukte, die mit den vorhandenen Rohstoffen hergestellt werden können.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



$$\begin{pmatrix} 2,1 & 1,2 & 4,3 \\ 3,4 & 2,5 & 1,6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2,0 & 1,3 & 0 \\ 3,1 & 2,4 & 0 \\ 0 & 4,5 & 2,8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 44,92 \\ 36,65 \end{pmatrix}$$

Vom Rohstoff R_1 benötigt man 44,92 ME, vom Rohstoff R_2 benötigt man 36,65 ME.

b)

Die benötigten Rohstoffe erhält man als Elemente eines Zeilenvektors.	$\mathcal{D}$
Die benötigten Rohstoffe erhält man als Elemente eines Spaltenvektors.	$\mathcal{C}$

A	$\mathbf{C} \cdot \vec{n}^T$
B	$\vec{n} \cdot \mathbf{C}$
C	$\mathbf{C} \cdot \vec{n}$
D	$\vec{n}^T \cdot \mathbf{C}^T$

$$\vec{p} \cdot (\mathbf{C} \cdot \vec{n}) = (20 \ 50) \cdot \begin{pmatrix} 6480 \\ 5080 \end{pmatrix} = 383\,600$$

Die Gesamtkosten betragen € 383.600.

c) $\begin{pmatrix} 570 \\ 430 \end{pmatrix}$ gibt die vorhandenen Rohstoffmengen an

$\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ 2 \cdot n_1 \end{pmatrix}$ gibt die Nachfrage nach den Endprodukten an

$\begin{pmatrix} 8 & 25 & 12 \\ 15 & 18 & 5 \end{pmatrix}$ gibt den Mengenbedarf an Rohstoffen für die Herstellung der Endprodukte an

$$\text{I: } 570 = 8 \cdot n_1 + 25 \cdot n_2 + 24 \cdot n_1$$

$$\text{II: } 430 = 15 \cdot n_1 + 18 \cdot n_2 + 10 \cdot n_1$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$n_1 = 10; n_2 = 10$$

Von E_1 können 10 ME hergestellt werden, von E_2 10 ME und von E_3 20 ME.

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 3
- c) 2

Thema: Wirtschaft

Quellen: —