

Sparkonto

Aufgabennummer: B_120

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Karin zahlt 18 Jahre lang auf ein Sparkonto jährlich nachschüssig einen Betrag in Höhe von € 500 ein.

Der angesparte Betrag kann bei einem Jahreszinssatz von 1,5 % und mit Berücksichtigung der KEST mithilfe der folgenden Funktion beschrieben werden:

$$K = 500 \cdot \frac{1,01125^t - 1}{0,01125}$$

K ... Kapital in Euro (€)

t ... Zeit in Jahren

- Erklären Sie, um welche finanzmathematische Formel es sich handelt.
- Erklären Sie, wie der Zinssatz von 1,5 % in diese Formel einfließt.

- b) Karin hat einen Betrag in Höhe von € 10.000 angespart. Er wird mit einem Zinssatz von 1,2 % p. a. weiter verzinst (Nebengebühren und Steuern sind im angegebenen Zinssatz berücksichtigt). Karin möchte davon monatlich nachschüssig je € 200 abheben.

- Berechnen Sie, wie oft Karin genau diesen Betrag abheben kann.
- Ermitteln Sie, welcher Restbetrag unmittelbar nach der letzten Abhebung auf dem Konto verbleibt.

- c) Karin tätigt die in der nachstehenden Zeitlinie dargestellten Abhebungen.



- Beschreiben Sie den dargestellten Sachverhalt in Worten.
- Erstellen Sie eine Formel, mit der der Wert B aller Behebungen zum Zeitpunkt der 1. vorgenommenen Behebung berechnet werden kann. Gehen Sie dabei von einem Jahreszinssatz i aus.

$B =$ _____

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Der Endwert einer nachschüssigen Jahresrente wird mithilfe folgender Formel berechnet:

$$E = R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

R ... jährliche Rate

i ... Jahreszinssatz

q ... Aufzinsungsfaktor, $q = 1 + i$

n ... Anzahl der Raten

Im Falle der vorliegenden Formel gilt:

$$E = K,$$

$$n = t,$$

$$R = € 500,$$

$$q = 1 + i = 1,01125,$$

wobei $i = 1,125\%$ beträgt, das entspricht dem Jahreszinssatz von $1,5\%$, von dem 25% KEST abgezogen wurden.

- b) Berechnung der Anzahl n der monatlichen nachschüssigen Auszahlungen:

$$q_{12} = \sqrt[12]{1,012}$$

$$200 \cdot \frac{q_{12}^n - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^n} = 10000$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$n = 51,3...$$

Karin kann genau 51-mal € 200 abheben.

$$\text{Restbetrag} = 10000 \cdot q_{12}^{51} - 200 \cdot \frac{q_{12}^{51} - 1}{q_{12} - 1} = 62,257...$$

Der Restbetrag beträgt rund € 62,26.

- c) Karin hebt zunächst jeweils zu Beginn des Jahres 3-mal die Rate R_1 ab. Im Jahr 4 und im Jahr 5 wird nichts abgehoben.

Ab dem 6. Jahr hebt Karin 5-mal jeweils am Ende des Jahres die Rate R_2 ab.

$$B = R_1 \cdot \frac{(1+i)^3 - 1}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^2} + R_2 \cdot \frac{(1+i)^5 - 1}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^{10}}$$

Auch andere Formelentwicklungen sind möglich!

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) schwer

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 4
- c) 3

Thema: Wirtschaft

Quellen: —