

Lebensversicherung

Aufgabennummer: B_119

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Bei Lebensversicherungen spielt der Begriff *Sterbewahrscheinlichkeit* eine große Rolle. Man versteht darunter die Wahrscheinlichkeit, mit der eine versicherte Person innerhalb eines Versicherungsjahres verstirbt.

- a) Die Sterbewahrscheinlichkeit ist unter anderem vom Lebensalter der versicherten Person exponentiell abhängig und verdoppelt sich bei jüngeren Personen schätzungsweise alle 9 Jahre. Laut Statistik Austria verstirbt in Österreich ein 30-jähriger Mann innerhalb eines Versicherungsjahres mit einer Wahrscheinlichkeit von nur ungefähr 0,088 %.

– Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion p , die diese Abhängigkeit beschreibt. Runden Sie die Parameter auf 4 Nachkommastellen.

$$p(t) = p_0 \cdot a^t$$

t ... Alter in Jahren

$p(t)$... Sterbewahrscheinlichkeit in Prozent im Alter t

- b) Ein junger Mann, dessen altersbedingte Sterbewahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt des Vertragsabschlusses mit 0,09 % eingeschätzt wird, schließt eine Lebensversicherung über einen bestimmten Betrag ab, der im Falle des Ablebens an seine Angehörigen ausbezahlt wird.

– Erstellen Sie für diese Situation ein geeignetes Baumdiagramm für die ersten 3 Jahre nach Vertragsabschluss unter modellhafter Annahme einer konstanten Sterbewahrscheinlichkeit.
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Versicherte innerhalb der ersten 3 Jahre nach Vertragsabschluss stirbt.

- c) Statt jährlich € 100 in eine Lebensversicherung mit einer Versicherungssumme von € 20.000 einzuzahlen, möchte ein 30-jähriger Mann jährlich vorschüssig € 100 ansparen. Das Geld soll der Familie nach seinem Ableben zur Verfügung stehen.

– Berechnen Sie, wie lange es dauern würde, bis er gleich viel Geld gespart hat, wie die Lebensversicherungssumme beträgt. Gehen Sie dabei von einem Zinssatz von 2,5 % p. a. aus und berücksichtigen Sie die Kapitalertragsteuer von 25 %.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

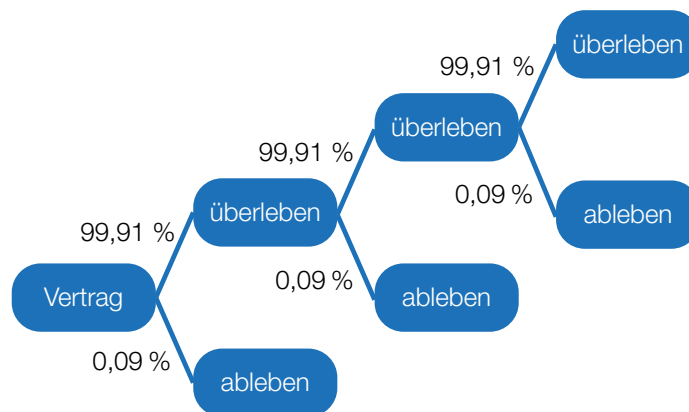
Möglicher Lösungsweg

a) 1. Gleichung: $0,088 = p_0 \cdot a^{30} \Rightarrow p_0 = \frac{0,088}{a^{30}}$
 2. Gleichung: $2 \cdot 0,088 = p_0 \cdot a^{39} \Rightarrow p_0 = \frac{2 \cdot 0,088}{a^{39}}$
 Gleichsetzen: $\frac{0,088}{a^{30}} = \frac{2 \cdot 0,088}{a^{39}} \Rightarrow a = \sqrt[9]{2} \approx 1,0801$
 $p_0 = 0,00873... \approx 0,0087$

Gleichung der Funktion:

$$p(t) = 0,0087 \cdot 1,0801^t \quad (\text{Parameter gerundet})$$

b)



$$1 - 0,9991^3 = 0,00269... \approx 0,27 \%$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Versicherte innerhalb der ersten 3 Jahren nach Vertragsabschluss stirbt, ist rund 0,27 %.

c) Zinssatz nach Berücksichtigung der KEST: $2,5 \% \cdot 0,75 = 1,875 \%$

Aufzinsungsfaktor $q = 1,01875$

$$20000 = 100 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \cdot q$$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $n = 83,08...$

Es würde rund 83 Jahre dauern.

Erst ungefähr 83 Jahre nach dem Beginn der Spar-Einzahlungen und im Alter von 113 Jahren hätte der Mann den Betrag von € 20.000 angespart.

113 Jahre liegen weit über der durchschnittlichen Lebenserwartung. Daher ist das Ansparen von € 20.000 mit € 100 jährlich nicht zielführend.

Klassifikation

☐ Teil A☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 5 Stochastik
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 2
- c) 2

Thema: Versicherungen

Quellen: —