

Würfel (2)*

Aufgabennummer: B_115

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Das im Folgenden beschriebene Spiel wird mit herkömmlichen fairen Spielwürfeln gespielt, bei denen die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Würfelergbnis auftreten.

Es werden 2 Spielwürfel gleichzeitig geworfen und es wird deren Augensumme bestimmt. Nun sollen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten ermittelt werden.

– Tragen Sie die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten in die nachstehende Tabelle ein.

Augensumme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Wahrscheinlichkeit											

Es wird Ihnen nun folgendes Spiel vorgeschlagen:

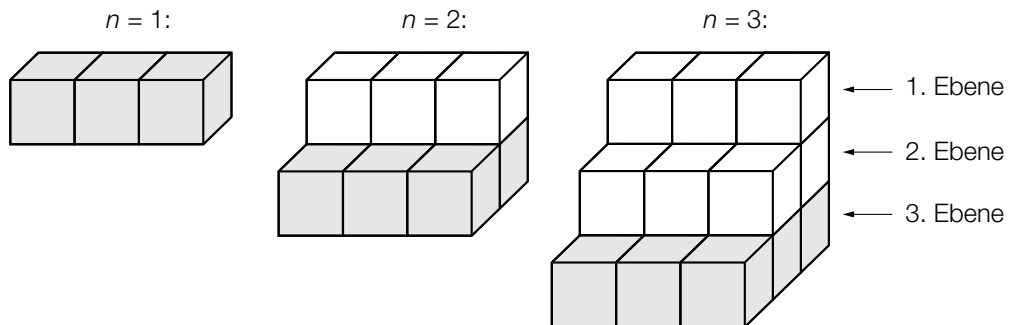
Sie gewinnen, wenn die Augensumme 5, 6, 7 oder 8 beträgt.

oder

Sie gewinnen mit allen übrigen Augensummen.

– Ermitteln Sie, welche der beiden Möglichkeiten die höhere Gewinnwahrscheinlichkeit hat.

b) Mit Würfeln wird eine Treppe gebaut:



Das obige Bauschema soll auf diese Art fortgesetzt werden.

- Erstellen Sie ein rekursives Bildungsgesetz, mit dem man die Anzahl der Würfel in der n -ten Ebene berechnen kann.
- Bestimmen Sie, wie viele Würfel in der 7. Ebene liegen.

Die Anzahl s_n der Würfel, die für eine solche Treppe aus n Ebenen insgesamt benötigt wird, kann mithilfe der folgenden Formel bestimmt werden:

$$s_n = 1,5 \cdot (n^2 + n)$$

- Berechnen Sie, aus wie vielen Ebenen eine solche Treppe besteht, wenn man insgesamt 360 Würfel verbaut.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a)

Augensumme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$P(\text{„Augensumme ist 5, 6, 7 oder 8“}) = \frac{4 + 5 + 6 + 5}{36} = \frac{20}{36}$$

$$P(\text{„übrige Augensummen“}) = 1 - \frac{20}{36} = \frac{16}{36}$$

Die Wahrscheinlichkeit, eine Augensumme 5, 6, 7 oder 8 zu erhalten, ist größer.

b) $a_1 = 3$ und $a_{n+1} = a_n + 3$

$$a_7 = 21$$

$$360 = 1,5 \cdot (n^2 + n)$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$n_1 = 15, (n_2 = -16)$$

Die Treppe besteht aus 15 Ebenen, wenn man insgesamt 360 Würfel verbaut.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Tabelle mit den Wahrscheinlichkeiten
 1 × B: für das richtige Ermitteln, welche der beiden Möglichkeiten die höhere Gewinnwahrscheinlichkeit hat
- b) 1 × A: für das richtige Erstellen des rekursiven Bildungsgesetzes
 1 × B1: für das richtige Bestimmen der Anzahl der Würfel in der 7. Ebene
 1 × B2: für die richtige Berechnung der Anzahl der Ebenen