

Bateman-Funktion

Aufgabennummer: B_114

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Bei der oralen Einnahme eines Medikaments mit einem bestimmten Wirkstoff kann der Verlauf der Wirkstoffkonzentration im Blut durch die Bateman-Funktion c beschrieben werden.

$$c(t) = \frac{D}{V} \cdot \frac{k_1}{k_1 - k_2} \cdot (e^{-k_2 \cdot t} - e^{-k_1 \cdot t}) \text{ mit } t \geq 0$$

D ... Gesamtdosis des Wirkstoffs in mg

V ... Verteilungsvolumen in L

k_1, k_2 ... wirkstoffspezifische Koeffizienten

Es gilt: $D, V, k_1, k_2 > 0$ und $k_1 \neq k_2$

t ... Zeit nach der Einnahme in h

$c(t)$... Konzentration des Wirkstoffs im Blut zur Zeit t in mg/L

- a) – Vergleichen Sie die beiden Exponentialterme $e^{-k_2 \cdot t}$ und $-e^{-k_1 \cdot t}$ im Hinblick auf ihr jeweiliges Monotonieverhalten.
- b) Für ein bestimmtes Medikament gilt: $k_1 = 0,5 \text{ h}^{-1}$, $k_2 = 0,15 \text{ h}^{-1}$
- Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem die Abnahme des Wirkstoffs am schnellsten erfolgt.
- c) Für ein bestimmtes Medikament gilt: $k_1 = 0,5 \text{ h}^{-1}$, $k_2 = 0,15 \text{ h}^{-1}$, $V = 7 \text{ L}$
Das Medikament wirkt nur, wenn die Wirkstoffkonzentration größer gleich 2 mg/L Blut ist.
- Zeigen Sie, dass eine Verdoppelung der Gesamtdosis D von 50 mg auf 100 mg nicht zu einer Verdoppelung der Wirkungsdauer führt.

- d) Der Flächeninhalt unterhalb des Graphen der Bateman-Funktion c wird in der Medizin mit AUC (*area under the curve*, Fläche unter der Kurve) bezeichnet. Es gilt:

$$\text{AUC} = \frac{D}{V \cdot k_2}$$

– Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

Die Fläche unter der Kurve multipliziert mit dem Verteilungsvolumen ergibt die Gesamtdosis.	☐
Die Gesamtdosis ist gleich dem Produkt der Fläche unter der Kurve mit dem Verteilungsvolumen dividiert durch den Eliminationskoeffizienten k_2 .	☐
Das Verteilungsvolumen ist gleich dem Produkt der Fläche unter der Kurve und der Gesamtdosis dividiert durch den Eliminationskoeffizienten k_2 .	☐
Der Eliminationskoeffizient k_2 ist gleich dem Quotienten aus Gesamtdosis und Verteilungsvolumen.	☐
Die Gesamtdosis ist gleich dem Produkt aus der Fläche unter der Kurve, dem Verteilungsvolumen und dem Eliminationskoeffizienten k_2 .	☐

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Der Formelteil ($e^{-k_2 \cdot t} - e^{-k_1 \cdot t}$) kann als Summe zweier Exponentialterme gesehen werden:

$$(e^{-k_2 \cdot t} + (-e^{-k_1 \cdot t}))$$

Der Term $e^{-k_2 \cdot t}$ ist aufgrund des negativen Vorzeichens des Exponenten streng monoton fallend.

Der Term $-e^{-k_1 \cdot t}$ ist aufgrund des negativen Vorzeichens des Exponenten und des negativen Vorzeichens vor der Basis streng monoton steigend.

$$b) c(t) = \frac{D}{V} \cdot \frac{0,5}{0,35} \cdot (e^{-0,15 \cdot t} - e^{-0,5 \cdot t})$$

$$c''(t) = \frac{D}{V} \cdot \frac{0,5}{0,35} \cdot (0,15^2 \cdot e^{-0,15 \cdot t} - 0,5^2 \cdot e^{-0,5 \cdot t})$$

$$c''(t) = 0$$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $t = 6,879...$

Die Abnahme der Wirkstoffkonzentration erfolgt rund 6,88 h nach der Einnahme am schnellsten.

$$c) (1) 2 = \frac{50}{7} \cdot \frac{0,5}{0,35} \cdot (e^{-0,15 \cdot t} - e^{-0,5 \cdot t})$$

$$t_1 = 0,701..., t_2 = 10,705...$$

Die Wirkungsdauer ist also rund 10,00 h.

$$(2) 2 = \frac{100}{7} \cdot \frac{0,5}{0,35} \cdot (e^{-0,15 \cdot t} - e^{-0,5 \cdot t})$$

$$t_1 = 0,309..., t_2 = 15,455...$$

Die Wirkungsdauer ist also rund 15,15 h.

15,15 h sind nicht das Doppelte von 10,00 h. Die Wirkungsdauer wird also durch die Einnahme der doppelten Dosis nicht verdoppelt.

Auch andere Argumentationen, z. B. grafische, sind zulässig.

d)

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	
Die Gesamtdosis ist gleich dem Produkt aus der Fläche unter der Kurve, dem Verteilungsvolumen und dem Eliminationskoeffizienten k_2 .	☒

Klassifikation

☐ Teil A☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) —
- d) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) leicht
- c) mittel
- d) leicht

Punkteanzahl:

- a) 1
- b) 2
- c) 1
- d) 1

Thema: Chemie

Quellen: —