

Baugrundstücke*

Aufgabennummer: B_090

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Die Preise von Baugrundstücken sind in den letzten Jahren erheblich gestiegen.

a) Herr Pfeifer hat ein Grundstück um € 228.000 gekauft. Nach der Umwidmung in ein Baugrundstück kann er es 4 Jahre später um € 753.000 verkaufen.

- Ermitteln Sie den mittleren jährlichen Zinssatz des eingesetzten Kapitals ohne Berücksichtigung von Spesen, Gebühren und Steuern.

b) Frau Maier möchte ein Baugrundstück verkaufen. Sie bekommt zwei Angebote.

Herr Altmann bietet € 150.000 sofort bei Vertragsabschluss und € 50.000 nach 2 Jahren.
Frau Bogner bietet € 202.000 ein Jahr nach Vertragsabschluss.

Frau Maier vergleicht die beiden Angebote.

- Weisen Sie für einen Zinssatz von 3 % p. a. nach, dass sich die beiden Angebote zum Zeitpunkt des Vertragsabschlusses um rund € 1.013 unterscheiden.

Für die beiden Angebote wird folgende Gleichung aufgestellt:

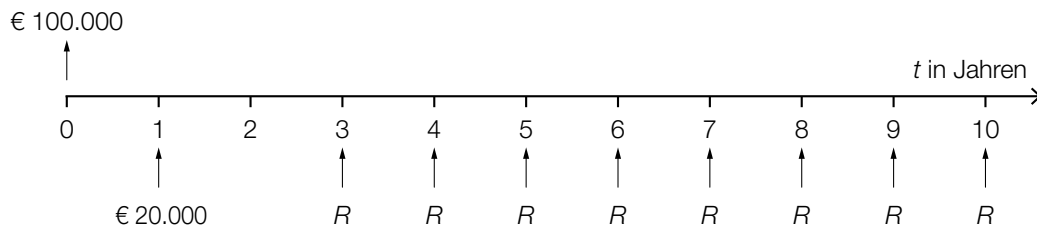
$$150\,000 \cdot x^2 + 50\,000 = 202\,000 \cdot x$$

Eine Lösung dieser Gleichung ist $x \approx 1,0198$.

- Interpretieren Sie die Bedeutung von x im gegebenen Sachzusammenhang.

- c) Herr Müller nimmt für den Kauf eines Baugrundstücks einen Kredit in Höhe von € 100.000 auf. Der vereinbarte Zinssatz beträgt 3 % p. a.

Der Kredit soll durch die auf der nachstehenden Zeitachse dargestellten Zahlungen vollständig getilgt werden.



Die Zahlungen R können als nachschüssige Rente aufgefasst werden.

- Markieren Sie auf der Zeitachse den Bezugszeitpunkt für den Barwert dieser nachschüssigen Rente.
 - Berechnen Sie die Höhe der Zahlungen R .
- d) Frau Marth nimmt für den Kauf eines Baugrundstücks einen Kredit in Höhe von € 120.000 mit jährlich nachschüssigen Kreditrückzahlungen auf. Der vereinbarte Zinssatz beträgt 2,5 % p. a.

Für die ersten zwei Jahre vereinbart Frau Marth Sonderbedingungen, die im nachstehenden Tilgungsplan dargestellt sind.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 120.000,00
1			€ 0,00	€ 123.000,00
2		€ 0,00		€ 123.000,00

- Ermitteln Sie die Beträge für die beiden grau markierten Zellen im obigen Tilgungsplan.

Ab dem Jahr 3 werden jährliche Annuitäten in Höhe von € 10.000 bezahlt.

- Berechnen Sie, wie viele volle Annuitäten in Höhe von € 10.000 bezahlt werden müssen.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $228\,000 \cdot (1 + i)^4 = 753\,000$

$$i = \sqrt[4]{\frac{753\,000}{228\,000}} - 1 = 0,3480\dots$$

Der mittlere jährliche Zinssatz beträgt rund 34,8 %.

b) Barwertvergleich:

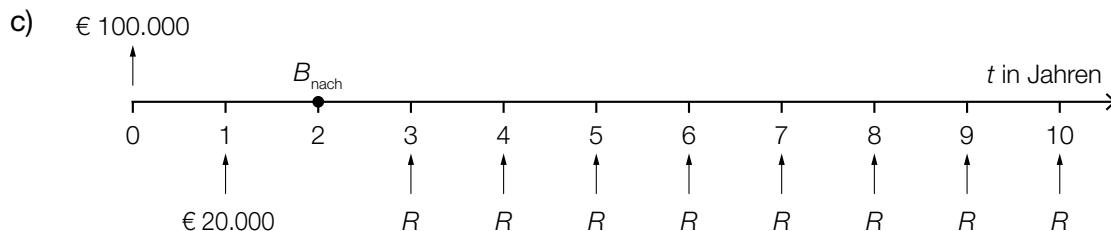
Angebot 1: $150\,000 + \frac{50\,000}{1,03^2} = 197\,129,795\dots$

Angebot 2: $\frac{202\,000}{1,03} = 196\,116,504\dots$

$$197\,129,795\dots - 196\,116,504\dots = 1\,013,290\dots$$

Die beiden Angebote unterscheiden sich zum Zeitpunkt des Vertragsabschlusses also um rund € 1.013.

Bei einem Zinssatz von 1,98 % p. a. sind die beiden Angebote äquivalent.



Bewertung aller Zahlungen auf den Bezugszeitpunkt $t = 2$ (Barwert der nachschüssigen Rente): $100\,000 \cdot 1,03^2 - 20\,000 \cdot 1,03 = 85\,490$

$$85\,490 = R \cdot \frac{1,03^8 - 1}{0,03} \cdot \frac{1}{1,03^8} \Rightarrow R = 12\,178,596\dots$$

Die Höhe der Zahlungen R beträgt € 12.178,60.

d)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 120.000,00
1		€ -3.000,00	€ 0,00	€ 123.000,00
2		€ 0,00	€ 3.075,00	€ 123.000,00

$$123\,000 = 10\,000 \cdot \frac{1,025^n - 1}{0,025} \cdot \frac{1}{1,025^n}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$n = 14,88\dots$$

Die volle Annuität in Höhe von € 10.000 muss 14-mal bezahlt werden.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für das richtige Ermitteln des mittleren jährlichen Zinssatzes
- b) 1 × D: für den richtigen Nachweis
1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
- c) 1 × C: für das richtige Markieren des Bezugszeitpunkts
1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe von R
- d) 1 × B1: für das richtige Ermitteln des Tilgungsanteils im Jahr 1 und der Annuität im Jahr 2
1 × B2: für die richtige Berechnung der Anzahl der vollen Annuitäten