

Wasserstand in einem Hafenbecken

Aufgabennummer: B_085

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Die Höhe des Wasserstandes in einem Hafenbecken an der Ostsee lässt sich aufgrund der Gezeiten annähernd durch folgende Funktion H beschreiben:

$$H(t) = 4 + 1,5 \cdot \cos(0,507 \cdot t)$$

$H(t)$... Höhe des Wasserstandes in Metern (m) zum Zeitpunkt t

t ... Zeit in Stunden (h) nach Mitternacht am 12. März, $0 \text{ h} \leq t \leq 24 \text{ h}$

- a) – Berechnen Sie die Wassertiefe im Hafenbecken am Morgen des 12. März um 8:15 Uhr.
- b) – Zeichnen Sie den Graphen der Funktion H .
 – Ermitteln Sie aus der Grafik, zu welchen Zeitpunkten am 12. März der Wasserstand am höchsten und wann er am niedrigsten ist.
 – Geben Sie jeweils die Höhe des Wasserstandes zu diesen Zeitpunkten an.
- c) Die Funktion für die Höhe des Wasserstandes in Abhängigkeit von der Zeit t lautet allgemein:

$$H(t) = d + a \cdot \cos(b \cdot t)$$

- Interpretieren Sie die Bedeutung der einzelnen Parameter im angegebenen Zusammenhang.
- d) An einem bestimmten Tag beträgt der Wasserstand im Hafenbecken um 3:06 Uhr 9,5 m und jener um 9:18 Uhr 2,5 m.
 – Berechnen Sie die Größe der Parameter a und b , wenn der Wasserstand durch folgende Funktion beschrieben wird:

$$H_1(t) = a + b \cdot \sin(0,507 \cdot t)$$

$H_1(t)$... Höhe des Wasserstandes in Metern (m) zum Zeitpunkt t

t ... Zeit in Stunden (h) nach Mitternacht, $0 \text{ h} \leq t \leq 24 \text{ h}$

- Ermitteln Sie, ob ein Schiff mit einem Tiefgang (Distanz von der Wasserlinie bis zum tiefsten Punkt eines Schiffs) von 5,5 m um 18:00 Uhr noch im Hafen anlegen kann.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

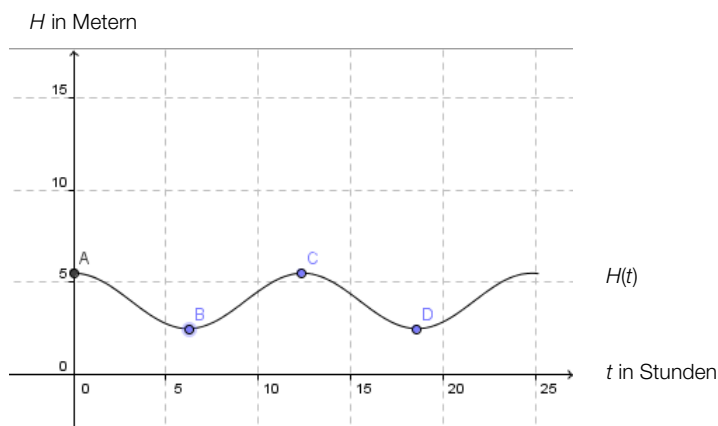
- a) Umrechnung der Uhrzeit: 8:15 Uhr entspricht 8,25 Stunden.

$$H(8,25) = 4 + 1,5 \cdot \cos(0,507 \cdot 8,25)$$

$$H(8,25) = 3,24$$

Die Wassertiefe beträgt um 8:15 Uhr 3,24 m.

- b)



Mit Technologieeinsatz: Um Mitternacht und um 12:24 Uhr ist das Maximum von 5,5 m Wasserhöhe erreicht. Um 6:12 Uhr und um 18:36 Uhr ist der Wasserstand minimal und erreicht eine Höhe von 2,5 m.

- c) Funktion: $H(t) = d + a \cdot \cos(b \cdot t)$
 a ... gibt die Amplitude der Cosinusfunktion (maximale Höhe des Wasserstandes relativ zu d) an
 b ... gibt die Frequenz an
 d ... verschiebt die Cosinusfunktion entlang der y -Achse und beschreibt die mittlere Wasserstandshöhe

Alle anderen richtigen Interpretationen aus der Physik sind zulässig.

- d) $H_1(t) = a + b \cdot \sin(0,507 \cdot t)$

Einsetzen der angegebenen Werte und vereinfachen liefert folgende Gleichungen:

$$\text{I: } 9,5 = a + b \cdot \sin(0,507 \cdot 3,1)$$

$$\text{II: } 2,5 = a + b \cdot \sin(0,507 \cdot 9,3)$$

$$\text{I: } 9,5 = a + b \cdot 0,999999591687397$$

$$\text{II: } 2,5 = a - b \cdot 0,999996325188573 \Rightarrow a \approx 6, b \approx 3,5$$

$$H_1(t) = 6 + 3,5 \cdot \sin(0,507 \cdot t)$$

$$H_1(18) = 6 + 3,5 \cdot \sin(0,507 \cdot 18)$$

$$H_1(18) = 7,03$$

Ja, ein Schiff mit einem Tiefgang von 5,5 m kann noch in diesem Hafen anlegen, da der Wasserstand um 18:00 Uhr 7,03 m beträgt.

Klassifikation

☐ Teil A☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel
- c) schwer
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 1
- b) 3
- c) 4
- d) 3

Thema: Physik

Quellen: —