

Rohrleitungen (2)*

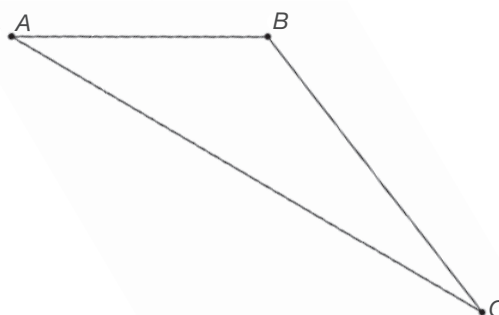
Aufgabennummer: B_083

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

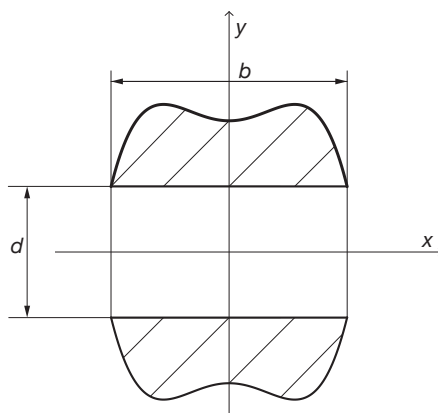
- a) Rohre sollen, wie in der nachstehenden Skizze vereinfacht dargestellt, zwischen den Punkten A, B und C im Raum verlegt werden.



Zur Berechnung eines Winkels wird die folgende Formel verwendet: $\cos(\phi) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{BC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{BC}|}$

- Zeichnen Sie in der obigen Skizze den mit dieser Formel berechneten Winkel ϕ mit dem Eckpunkt B als Scheitel ein.
 - Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks ABC mithilfe der Vektoren $\vec{AB}$ und $\vec{AC}$.
- b) Ein Verbindungsstück für 2 Rohre soll untersucht werden.

Das Verbindungsstück ist rotationssymmetrisch bezüglich der x-Achse. Die obere Begrenzungskurve der Schnittfläche, die in der nachstehenden Grafik schraffiert dargestellt ist, wird durch die Funktionsgleichung $y = 2 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}$ beschrieben, wobei x und y Längen in Dezimetern beschreiben. Der innere Durchmesser des Verbindungsstückes ist $d = 2$ dm.



- Berechnen Sie die Breite b des Verbindungsstückes.
- Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Volumens des Verbindungsstückes mithilfe der Integralrechnung.

Das Verbindungsstück ist aus einem Material mit der Dichte $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ gefertigt.

- Berechnen Sie die Masse des Verbindungsstückes.

- c) In einem Rohr nimmt der Druck durch die Reibung ab. Er wird also mit zunehmender Entfernung vom Rohranfang geringer.
Entsprechend dem Gesetz von Hagen-Poiseuille kann der Druck in einem Rohr in Abhängigkeit von der Rohrlänge x durch eine lineare Funktion p beschrieben werden.

- Zeigen Sie, dass der Druckverlust Δp proportional zur Rohrlänge ist; d.h., für alle x ist $\Delta p(x) = p(0) - p(x) = c \cdot x$ mit c konstant.

Der Druck in einem Rohr wird an 2 Stellen gemessen. Die Ergebnisse sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Rohrlänge in m	Druck in bar
5	3,998
33	3,901

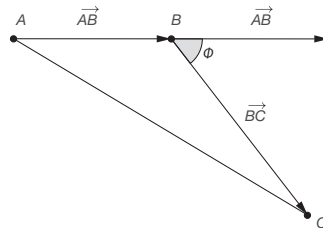
- Bestimmen Sie mithilfe der linearen Interpolation den Druck bei einer Rohrlänge von 14 m.
– Beschreiben Sie, welche Bedeutung die Steigung der linearen Funktion p in diesem Sachzusammenhang hat.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



$$\text{Fläche} = \frac{1}{2} \cdot |\vec{AB} \times \vec{AC}|$$

- b) Berechnung der Breite b durch Lösen der Gleichung $2 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} = 1$ mittels Technologieeinsatz: $x = \pm 1,79...$

Die Breite des Verbindungsstückes beträgt rund 3,6 dm.

Formel zur Berechnung des Volumens:

$$V = \pi \cdot \int_{-1,8}^{1,8} y^2 dx - 1^2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 1,8$$

Berechnen der Masse: $m = \rho \cdot V = 0,9 \cdot 35,4... \Rightarrow m \approx 31,9 \text{ kg}$

- c) Mit $p(x) = k \cdot x + d$ erhält man $\Delta p(x) = p(0) - p(x) = d - (k \cdot x + d) = -k \cdot x$. Also: $c = -k$.

Aus den beiden Messwerten ergibt sich die lineare Funktion p mit $p(x) = -0,003464 \cdot x + 4,015$.
 $p(14) \approx 3,967$

Bei einer Rohrlänge von 14 m ergibt sich mithilfe der linearen Interpolation ein Druck von rund 3,967 bar.

Die Steigung gibt den Druckabfall in Bar pro Meter an.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen des (mit der Formel berechneten) Winkels in der Skizze
 1 × A2: für das richtige Erstellen einer Formel mithilfe der Vektoren $\vec{AB}$ und $\vec{AC}$ zur Bestimmung des Flächeninhalts
- b) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Breite des Verbindungsstückes
 1 × A: für das richtige Erstellen einer Formel zur Berechnung des Volumens
 1 × B2: für die richtige Berechnung der Masse
- c) 1 × D: für den richtigen Nachweis der direkten Proportionalität
 1 × A: für einen richtigen Ansatz (z. B. mithilfe einer linearen Funktion bzw. ähnlicher Dreiecke)
 1 × B: für die richtige Bestimmung des Interpolationswertes
 1 × C: für die richtige Beschreibung der Bedeutung der Steigung in diesem Sachzusammenhang