

Smartphones (2)*

Aufgabennummer: B_079

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Der Akku eines Smartphones entlädt sich aufgrund von Hintergrundanwendungen auch dann, wenn das Gerät nicht aktiv benützt wird.

Für ein bestimmtes Smartphone wird die zeitliche Entwicklung des Akku-Ladestands in Prozent beobachtet. Zur Zeit $t = 0$ ist der Akku vollständig aufgeladen.

Zeit t in Stunden	Akku-Ladestand in Prozent
0	100
3	94
6	81
10	71
18	43

Die zeitliche Entwicklung des Akku-Ladestands in Prozent soll beschrieben werden.

- Ermitteln Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion.

Bei einem Akku-Ladestand von 15 % sollte das Smartphone wieder ans Stromnetz angeschlossen werden.

- Berechnen Sie, wie viele Stunden nach dem vollständigen Aufladen dies gemäß diesem linearen Regressionsmodell der Fall ist.

- b) Die zeitliche Entwicklung des Akku-Ladestands beim Aufladen lässt sich näherungsweise durch die Funktion A beschreiben:

$$A(t) = 100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

t ... Zeit nach Beginn des Aufladens in h

$A(t)$... Akku-Ladestand zur Zeit t in Prozent

λ ... positiver Parameter

- Argumentieren Sie mathematisch, dass sich die Funktionswerte von A mit wachsendem t dem Wert 100 annähern.

2 Stunden nach Beginn des Aufladens beträgt der Akku-Ladestand 80 %.

- Berechnen Sie λ .
- Berechnen Sie, zu welcher Zeit nach Beginn des Aufladens der Akku-Ladestand 90 % beträgt.

- c) Die Entwicklung der weltweiten Verkaufszahlen von Smartphones kann modellhaft durch die Funktion S beschrieben werden:

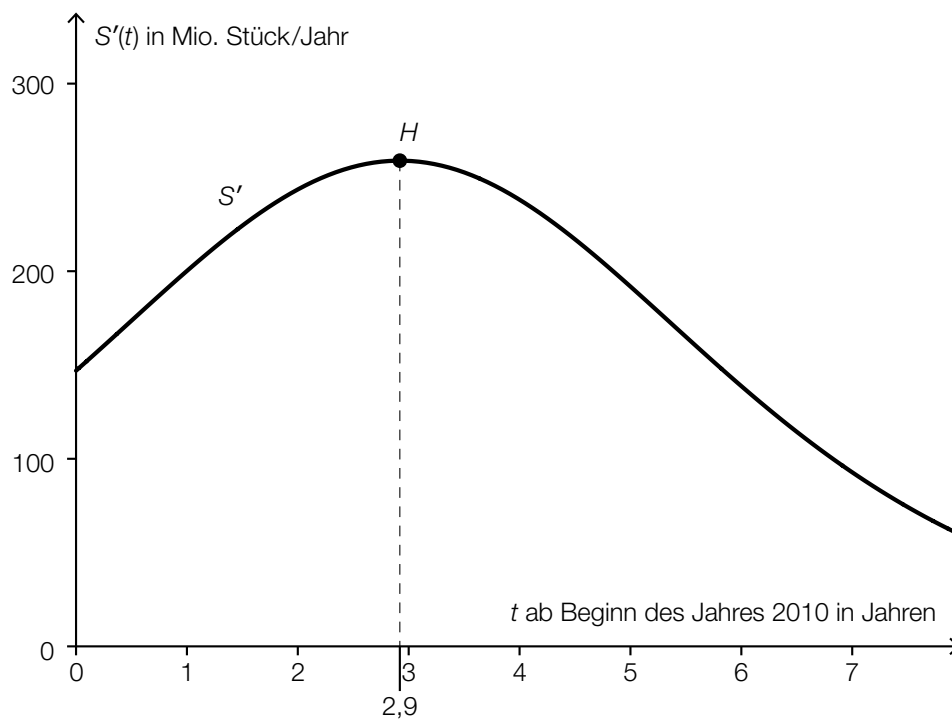
$$S(t) = \frac{1918}{1 + 4,84 \cdot e^{-0,54 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Jahren ($t = 0$ entspricht dem Beginn des Jahres 2010)

$S(t)$... Anzahl der bis zur Zeit t insgesamt verkauften Smartphones in Millionen Stück

- Ermitteln Sie mithilfe dieses Modells die Anzahl der bis zum Beginn des Jahres 2020 insgesamt verkauften Smartphones.

Im nachstehenden Diagramm ist der Graph der Ableitungsfunktion S' dargestellt. Auf dem Graphen von S' ist der Hochpunkt H markiert.



- Beschreiben Sie die mathematische Bedeutung der Stelle $t = 2,9$ in Bezug auf die Funktion S .

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$$L(t) = -3,210 \cdot t + 101,554 \quad (\text{Koeffizienten gerundet})$$

t ... Zeit in h

$L(t)$... Akku-Ladestand zur Zeit t in %

$$15 = -3,210 \cdot t + 101,554$$

$$t = 26,9...$$

Nach etwa 27 Stunden sollte das Smartphone wieder ans Stromnetz angeschlossen werden.

b) Mit beliebig groß werdendem t geht $e^{-\lambda \cdot t}$ gegen null, und damit geht $100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ gegen 100.

$$80 = 100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot 2}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\lambda = 0,72345...$$

$$90 = 100 - 85 \cdot e^{-0,72345... \cdot t}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 2,9...$$

Nach etwa 3 Stunden ist ein Ladestand von 90 % erreicht.

$$\text{c) } S(10) = \frac{1918}{1 + 4,84 \cdot e^{-0,54 \cdot 10}} = 1876,9...$$

Gemäß diesem Modell werden bis zum Beginn des Jahres 2020 rund 1 877 Millionen Smartphones verkauft.

$t = 2,9$ ist die Wendestelle der Funktion S .

oder:

$t = 2,9$ ist die Stelle maximalen Wachstums von S .

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion
1 × B2: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts
- b) 1 × D: für die richtige mathematische Argumentation
1 × B1: für die richtige Berechnung von λ
1 × B2: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts
- c) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Funktionswerts
1 × C: für die richtige Beschreibung der Bedeutung der Stelle $t = 2,9$ in Bezug auf die Funktion S