

Belastung von Bauteilen

Aufgabennummer: B_069

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Unternehmen stellt verschiedene Bauteile her, die einer gewissen Belastung standhalten müssen. Die Belastung, der die Bauteile standhalten, ist normalverteilt mit den Parametern μ und σ .

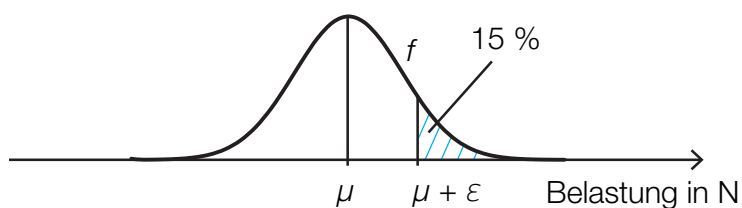
- a) Das Unternehmen behauptet, dass der Erwartungswert der Belastung, der die Bauteile standhalten, $\mu = 122$ Newton (N) beträgt.

Eine Stichprobe ergab folgende Werte:

118,5 N	122 N	120,5 N	117 N	118,5 N	121 N	121,5 N	119,5 N
---------	-------	---------	-------	---------	-------	---------	---------

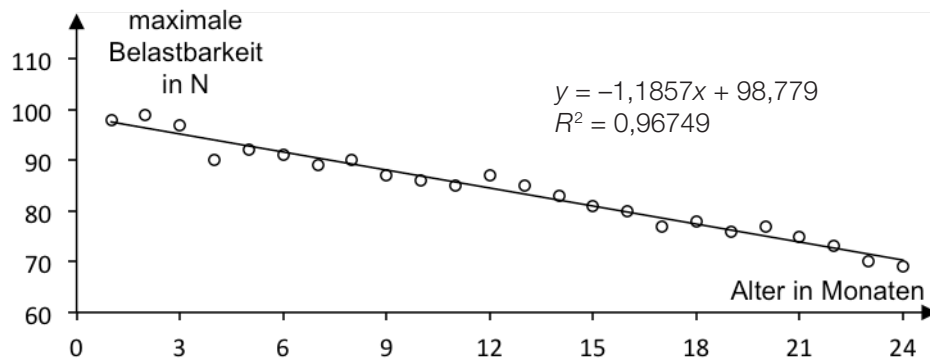
- Ermitteln Sie den Stichprobenmittelwert $\bar{x}$ und die Stichprobenstandardabweichung s_{n-1} dieser Stichprobe.
- Zeigen Sie, dass der angegebene Erwartungswert nicht im zweiseitigen 95%-Vertrauensbereich enthalten ist.

- b) Für andere Bauteile beträgt der Erwartungswert für die Belastbarkeit $\mu = 102$ Newton (N). Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion f ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- Interpretieren Sie den in der obigen Abbildung gekennzeichneten Flächeninhalt im gegebenen Sachzusammenhang.
- Geben Sie einen mathematischen Ausdruck an, der die in der Abbildung dargestellte Wahrscheinlichkeit beschreibt.
- Berechnen Sie ϵ für $\sigma = 3,5$ N.

- c) In einer Messreihe wurden Bauteile abhängig von ihrem Alter auf ihre maximale Belastbarkeit getestet (siehe nachstehende Abbildung). Anhand der Daten wurde eine lineare Regressionsfunktion erstellt.



Das Tabellenkalkulationsprogramm liefert statt des Korrelationskoeffizienten r sein Quadrat $r^2 (= R^2)$.

- Bestimmen Sie den Korrelationskoeffizienten r .
- Interpretieren Sie diesen Korrelationskoeffizienten hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen dem Alter eines Bauteils und der maximalen Belastbarkeit.

Regressionsfunktionen werden mithilfe der *Methode der kleinsten Quadrate* erstellt.

- Erklären Sie diese Methode.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\bar{x} = 119,8125 \text{ N}; s_{n-1} = 1,73076... \text{ N}$$

zweiseitiger Vertrauensbereich mithilfe der t -Verteilung bestimmen:

$$118,36 \text{ N} \leq \mu \leq 121,26 \text{ N}$$

Der angegebene Wert von 122 N liegt nicht im 95%-Vertrauensbereich.

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Bauteil einer Belastung von mindestens $(102 + \epsilon)$ N standhält, beträgt 15 %.

oder:

15 % der Bauteile können mit mindestens $(102 + \epsilon)$ N belastet werden, ohne dabei Schaden zu nehmen.

$$P(X \geq 102 + \epsilon) = 0,15 \quad \text{oder} \quad \int_{\mu+\epsilon}^{\infty} f(x) dx = 0,15$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\epsilon \approx 3,63 \text{ N}$$

c) Korrelationskoeffizient $r \approx -0,9836$

Im gemessenen Bereich lässt der Korrelationskoeffizient einen starken linearen Zusammenhang zwischen dem Alter der Bauteile und der Belastbarkeit vermuten, wobei mit zunehmendem Alter die Belastbarkeit abnimmt.

Methode der kleinsten Quadrate:

Die Ausgleichsfunktion wird so aufgestellt, dass die Summe der quadrierten vertikalen Abstände der Messwerte zur Regressionsgerade so klein wie möglich, also ein Minimum, wird.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung der Stichprobe (u)
1 × D: für den richtigen Nachweis (a)
- b) 1 × C: für die richtige Interpretation der Grafik (u)
1 × A: für den richtigen mathematischen Ausdruck (u)
1 × B: für die richtige Berechnung von ε (a)
- c) 1 × B: für die richtige Berechnung des Korrelationskoeffizienten (u)
1 × C: für die richtige Interpretation des Zusammenhangs (u)
1 × D: für die richtige Erklärung der *Methode der kleinsten Quadrate* (u)

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) 5 Stochastik
- c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz, A Modellieren und Transferieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren, B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 3
- c) 3

Thema: Technik

Quellen: —