

Flugrouten

Zwei Flugzeuge fliegen mit konstanter Geschwindigkeit auf geradlinigem Kurs.

Das erste Flugzeug befindet sich zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ s im Ursprung des gewählten Koordinatensystems, zum Zeitpunkt $t_1 = 3$ s ist es in $P = (7 | -4 | 8)$.

Das zweite Flugzeug befindet sich zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ s in $Q = (1 | 21 | -12)$ und zum Zeitpunkt $t_1 = 3$ s in $R = (4 | 12 | -3)$.

Für alle Koordinatenangaben gilt: 1 Einheit entspricht 10 m.

- a) 1) Stellen Sie die beiden Geradengleichungen auf, die die jeweiligen Positionen der Flugzeuge in Abhängigkeit von der Zeit t beschreiben.
2) Zeigen Sie, dass sich die beiden Flugzeuge nicht auf Kollisionskurs befinden. (Zu zeigen ist, dass die beiden Kurse einander nicht zum gleichen Zeitpunkt schneiden.)
- b) 1) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des ersten Flugzeugs in km/h.
2) Erklären Sie, was man über die Modellierung der Geschwindigkeit und der Richtung eines Flugzeugs sagen kann, wenn der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ des Flugzeugs mit einer reellen Zahl $k \neq 0$, $|k| < 1$ multipliziert wird.
- c) Die Funktion f beschreibt den Abstand zweier anderer Flugzeuge voneinander in Abhängigkeit von der Zeit t .

$$f(t) = \sqrt{(1 + t)^2 + (21 - 3 \cdot t)^2 + (-12 + 3 \cdot t)^2}$$

t ... Zeit nach Beginn der Betrachtung in s

$f(t)$... Abstand der beiden Flugzeuge zum Zeitpunkt t

- 1) Stellen Sie die Funktion f in einem geeigneten Koordinatensystem grafisch dar.

Beträgt der Abstand der beiden Flugzeuge weniger als 50 m, spricht man von einer Kollision.

- 2) Überprüfen Sie anhand der von Ihnen erstellten Grafik, ob die beiden Flugzeuge kollidieren.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{QR} = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$g_1: X = t \cdot \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$g_2: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 21 \\ -12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{a2) } \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot t = 1 + 1 \cdot t \Rightarrow t = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{3} \cdot (-4) \cdot t = 21 - 3 \cdot t \Rightarrow t = \frac{63}{5}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 8 \cdot t = -12 + 3 \cdot t \Rightarrow t = 36$$

Anhand der verschiedenen Werte für t sieht man, dass sich die beiden Flugzeuge nicht auf Kollisionskurs befinden.

$$\text{b1) } v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

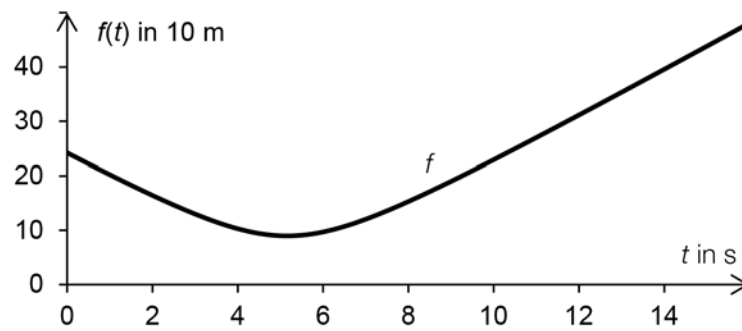
$$\Delta s = 10 \cdot \left| \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix} \right| = 10 \cdot \sqrt{49 + 16 + 64} = 113,57... \text{ m}$$

$$v = \frac{113,57... \text{ m}}{3 \text{ s}} = 37,85... \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 136 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{b2) } k \cdot \vec{v} : 0 < k < 1 \dots \text{ die Geschwindigkeit ist kleiner}$$

$-1 < k < 0 \dots$ die Geschwindigkeit ist kleiner und das Flugzeug fliegt in die entgegengesetzte Richtung

c1)



c2) Der minimale Abstand der Flugzeuge beträgt etwa 90 m, es kommt also zu keiner Kollision.