

Fahrzeugtests (1)

Aufgabennummer: B_045

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

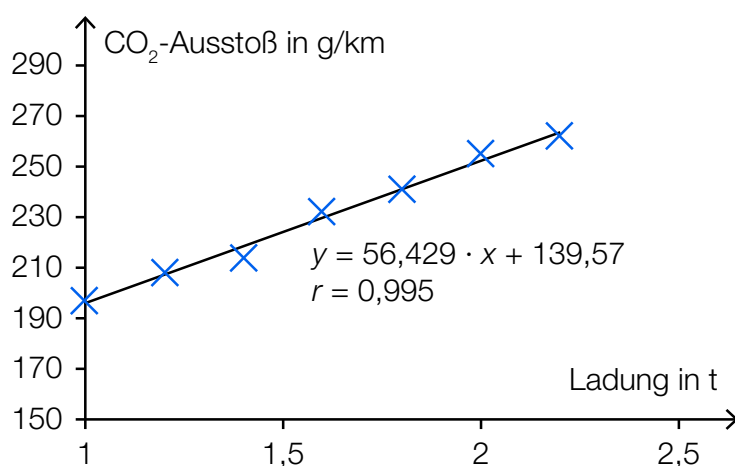
Die Firma *Cargo-Car* führt in der Entwicklungsphase eines neuen Transporters Tests durch.

- a) In Testreihen wurde der Kraftstoffverbrauch – abhängig von der Ladung – erhoben. In der folgenden Tabelle ist für 8 Testfahrten die Reichweite pro Liter Kraftstoffverbrauch bei einer vorgegebenen Ladung in Tonnen angegeben:

Reichweite in km	12,46	12,10	11,81	11,32	10,94	10,81	10,79	10,23
Ladung in t	1	1,05	1,3	1,4	1,52	1,7	1,9	2,1

- Geben Sie an, welche Variable hier als unabhängig und welche als abhängig anzunehmen ist.
- Ermitteln Sie die lineare Ausgleichsfunktion und stellen Sie diese in einem Diagramm dar.
- Beschreiben Sie die Methode der kleinsten Quadrate zur Ermittlung einer Regressionsgeraden.

- b) Bei der Auswertung einer Testreihe ergab sich folgende Regressionsgerade y :



Ein Mitarbeiter möchte die geschätzte CO₂-Emission bei einer Ladung von 1,5 Tonnen und bei einer Ladung von 2,5 Tonnen ermitteln.

- Berechnen Sie die gesuchten Werte.
- Erklären Sie, welche der Berechnungen eine Interpolation und welche eine Extrapolation darstellt.
- Interpretieren Sie den in der Grafik angegebenen Korrelationskoeffizienten r .

- c) Tests zur Haltbarkeit neuer Bremsbeläge haben ergeben, dass deren Zuverlässigkeit R mithilfe einer Funktion R folgender Form beschrieben werden kann:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$$

$R(t)$... Prozentsatz der Bremsbeläge, die nach der Benützungsdauer t noch intakt sind

t ... Benützungsdauer

T, b ... materialabhängige Parameter

Der Parameter T wird *charakteristische Lebensdauer* genannt.

- Weisen Sie nach, dass nach der charakteristischen Lebensdauer der Prozentsatz der intakten Bremsbeläge – unabhängig vom Wert des Parameters b – ca. 36,8 % beträgt.
- Ermitteln Sie die fehlerhafte Zeile in folgender Umformung der Formel $R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$ nach der Benützungsdauer t .

1. $R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$

2. $\ln(R) = b \cdot \ln\left(e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}\right)$

3. $\frac{\ln(R)}{b} = -\frac{t}{T}$

4. $t = -T \cdot \frac{\ln(R)}{b}$

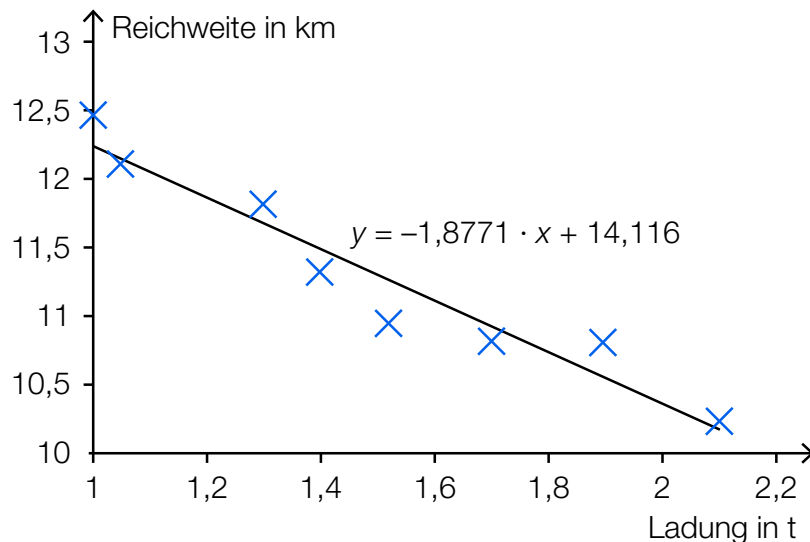
- Formen Sie die fehlerhafte Zeile so um, dass diese mathematisch richtig ist.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Es wird die Abhängigkeit der Reichweite von einer vorgegebenen Ladung untersucht. Die Ladung ist daher die unabhängige Variable x , die Reichweite ist die abhängige Variable y .



Methode der kleinsten Quadrate:

Die Regressionsgerade wird so ermittelt, dass die Summe aller quadrierten Differenzen zwischen dem tatsächlichen y -Wert y_i und dem mithilfe der Regressionsgeraden ermittelten Wert $y(x_i)$ ein Minimum wird.

(Auch die Erklärung mithilfe einer Skizze ist als richtig zu werten.)

- b) Die geschätzte Emission bei einer Ladung von 1,5 t beträgt 224,2... g/km $\approx$ 224 g/km.
Die geschätzte Emission bei einer Ladung von 2,5 t beträgt 280,6... g/km $\approx$ 281 g/km.

Die Berechnung der geschätzten Emission bei einer Ladung von 1,5 t ist eine *Interpolation*. Darunter versteht man die Berechnung eines zusätzlichen Werts im Bereich der vorhandenen Daten.

Unter *Extrapolation* versteht man die Prognose für einen Wert, der außerhalb des vorhandenen Datenbereichs liegt. Daher ist die Berechnung der geschätzten Emission bei einer Ladung von 2,5 t eine Extrapolation.

Der Korrelationskoeffizient $r = 0,995$ liegt sehr nahe bei 1. Das bedeutet, dass der Zusammenhang sehr gut durch eine lineare Funktion beschrieben werden kann.

c) $R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$

$$R(T) = e^{-\left(\frac{T}{T}\right)^b}$$

$$R(T) = e^{-1} = 0,3678... \approx 36,8 \%$$

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b} \Rightarrow \ln(R) = b \cdot \ln\left(e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}\right)$$

Der Ausdruck $b \cdot \ln\left(e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}\right)$ ist falsch (2. Zeile).

(Begründung: Die Potenz wurde falsch interpretiert bzw. das Logarithmusgesetz falsch angewendet.)

korrekte Umformung:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$$

$$\ln(R) = \ln\left(e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}\right)$$

$$\ln(R) = -\left(\frac{t}{T}\right)^b$$

$$-\ln(R) = \left(\frac{t}{T}\right)^b$$

$$\sqrt[b]{-\ln(R)} = \frac{t}{T}$$

$$t = T \cdot \sqrt[b]{-\ln(R)}$$

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) 5 Stochastik
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren, C Interpretieren und Dokumentieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz, C Interpretieren und Dokumentieren
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 3
- c) 3

Thema: Messreihen

Quellen: —