

Sternbild *Großer Wagen* (2)*

Aufgabennummer: B_032

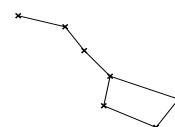
Technologieeinsatz:

möglich ☒

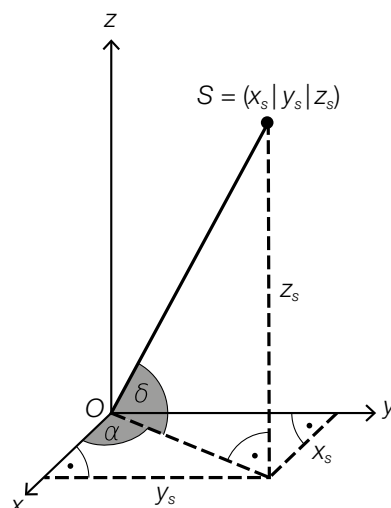
erforderlich ☐

Die Entfernungen zwischen Sternen können in Lichtjahren angegeben werden.

Die nebenstehende Abbildung zeigt eine schematische Darstellung des Sternbilds *Großer Wagen*.



- a) Astronomen verwenden verschiedene Koordinatensysteme. In einem Koordinatensystem mit der Erde im Koordinatenursprung O kann die Position eines Sterns S mithilfe der Winkel α und δ sowie der Entfernung $\overline{OS}$ von der Erde angegeben werden (siehe nachstehende Abbildung).



- Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Koordinate z_s aus dem Winkel δ und der Entfernung $\overline{OS}$.

$z_s =$ _____

- Ordnen Sie den Koordinaten x_s und y_s jeweils den zutreffenden Ausdruck aus A bis D zu. [2 zu 4]

$x_s =$	
$y_s =$	

A	$\overline{OS} \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\delta)$
B	$\overline{OS} \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\delta)$
C	$\overline{OS} \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\delta)$
D	$\overline{OS} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\delta)$

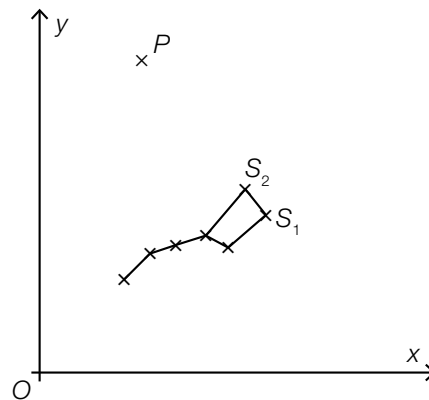
- b) Alkaid und Dubhe sind zwei Sterne des Sternbilds *Großer Wagen*. Ihre Positionen können mittels ihrer Koordinaten in Lichtjahren in Bezug auf ein bestimmtes kartesisches Koordinatensystem angegeben werden. Dabei befindet sich die Erde im Koordinatenursprung O .

Alkaid: $A = (-60 | -31 | 79)$

Dubhe: $D = (-57 | 14 | 109)$

- Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren $\overrightarrow{OA}$ und $\overrightarrow{OD}$.
- Ermitteln Sie die Entfernung der beiden Sterne voneinander.

- c) In der nachstehenden Abbildung sind der *Große Wagen* und der Polarstern P in einem Koordinatensystem dargestellt.



Die Position des Polarsterns P kann nach folgender Faustregel bestimmt werden:
Der Polarstern P liegt auf der Geraden, die durch die Punkte S_1 und S_2 verläuft. Der Abstand zwischen S_2 und P ist das 5-Fache der Länge der Strecke S_1S_2 .

- Übertragen Sie die Faustregel mithilfe der Vektorrechnung in einen mathematischen Ausdruck zur Berechnung von P .

Es gilt: $S_1 = (5,5 | 3,8)$ und $S_2 = (5,0 | 4,4)$

- Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P .

d) In der Astronomie wird als Maß für die Entfernung r eines Sterns von der Erde der sogenannte *Entfernungsmodul* $5 \cdot \lg\left(\frac{r}{10}\right)$ verwendet.

– Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der nicht dem Entfernungsmodul entspricht.

[1 aus 5]

$-5 \cdot \lg\left(\frac{10}{r}\right)$	☐
$-5 + \lg(r^5)$	☐
$\lg\left(\left(\frac{r}{10}\right)^5\right)$	☐
$5 \cdot \lg(r) - \lg(10)$	☐
$5 \cdot (\lg(r) - 1)$	☐

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $z_s = \overline{OS} \cdot \sin(\delta)$

$x_s =$	D
$y_s =$	C

A	$\overline{OS} \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\delta)$
B	$\overline{OS} \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\delta)$
C	$\overline{OS} \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\delta)$
D	$\overline{OS} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\delta)$

b) $\cos(\varphi) = \frac{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD}}{|\overrightarrow{OA}| \cdot |\overrightarrow{OD}|} = \frac{11597}{\sqrt{10802} \cdot \sqrt{15326}} = 0,901... \Rightarrow \varphi = 25,66...^\circ$

Der Winkel beträgt rund $25,7^\circ$.

$$\sqrt{(-60 - (-57))^2 + (-31 - 14)^2 + (79 - 109)^2} = 54,16...$$

Die Entfernung der beiden Sterne beträgt rund 54,2 Lichtjahre.

c) $S_2 + 5 \cdot \overrightarrow{S_1 S_2}$ oder $\overrightarrow{OS_2} + 5 \cdot \overrightarrow{S_1 S_2}$

$$\begin{pmatrix} 5,0 \\ 4,4 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} -0,5 \\ 0,6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 7,4 \end{pmatrix}$$

$$P = (2,5 | 7,4)$$

d)

$5 \cdot \lg(r) - \lg(10)$	☒

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
1 × C: für die richtige Zuordnung
- b) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Winkels
1 × B2: für das richtige Ermitteln der Entfernung
- c) 1 × A: für das richtige Übertragen der Faustregel in einen mathematischen Ausdruck
1 × B: für die richtige Berechnung der Koordinaten des Punktes P
- d) 1 × C: für das richtige Ankreuzen