

Programmieren

Aufgabennummer: B_031

Technologieeinsatz:

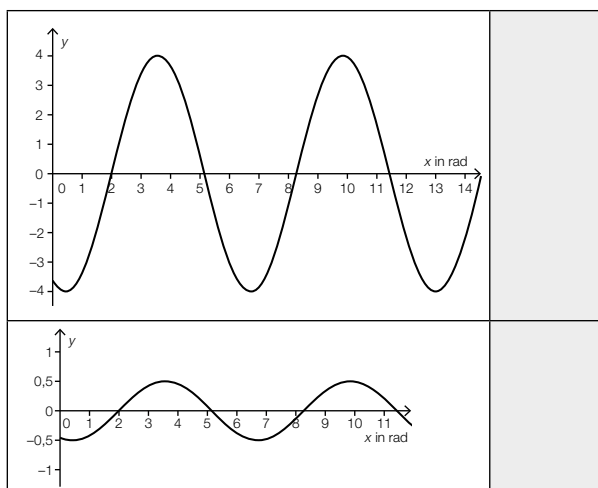
möglich ☒

erforderlich ☐

Um bestimmte grafische Objekte zu animieren, muss ein Programmierer über verschiedene mathematische Hintergründe Bescheid wissen.

a) Um das Auf-und-ab-Fliegen zweier Hexen am Bildschirm darzustellen, werden Wellenlinien benötigt.

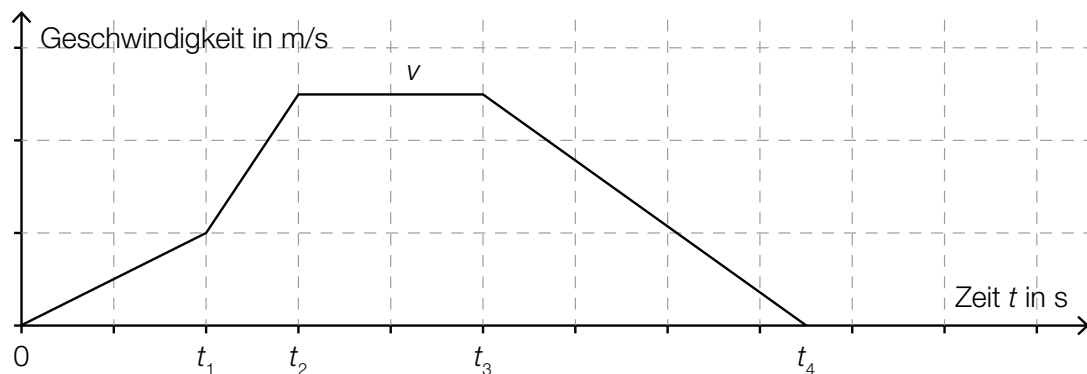
– Ordnen Sie den beiden Flugkurven jeweils den passenden Funktionsterm aus A bis D zu. [2 zu 4]



A	$\frac{1}{2} \cdot \sin(x + 2)$
B	$\frac{1}{2} \cdot \sin(x - 2)$
C	$4 \cdot \sin(x + 2)$
D	$4 \cdot \sin(x - 2)$

– Erklären Sie den Einfluss des Parameters c in der allgemeinen Sinusfunktion $y(x) = a \cdot \sin(x + b) + c$.

- b) Ein Ball wird animiert. Die nachstehende Abbildung zeigt den Geschwindigkeit-Zeit-Verlauf des rollenden Balles.

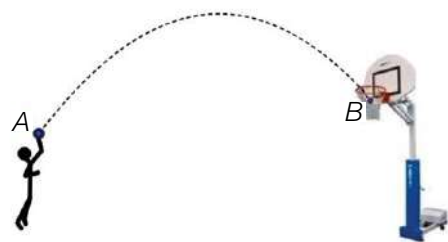


- Skizzieren Sie das dazugehörige Beschleunigung-Zeit-Diagramm.
 - Erklären Sie die physikalische Bedeutung derjenigen Fläche, die der Graph der Funktion v mit der Zeitachse einschließt.
- c) Eine Figur in einem Spiel wirft einen Ball in einen Basketballkorb. Dabei wird der Ball als punktförmig angenommen. Der Ball soll im Punkt $A = (3|5)$ starten. Die Mitte des Korbes befindet sich im Punkt $B = (12|7)$. Die Flugbahn kann näherungsweise durch eine Polynomfunktion 2. Grades beschrieben werden.

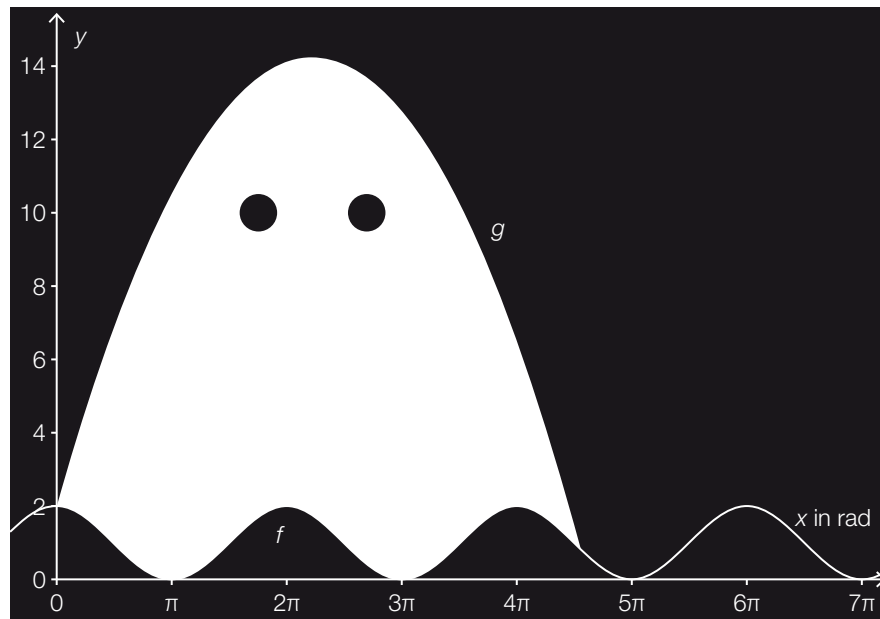
- Begründen Sie, warum durch die 2 gegebenen Punkte die Flugbahn nicht eindeutig bestimmt ist.

Der Abschusswinkel beträgt 46° .

- Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung der Flugbahn.



- d) Der nachstehend abgebildete Geist wird durch den Funktionsgraphen f mit $f(x) = \cos(x) + 1$ und g mit $g(x) = -0,25 \cdot x^2 + 3,5 \cdot x + 2$ begrenzt. Zwei Kreise mit einem Radius von jeweils 0,5 cm bilden die Augen. Die Funktionsgraphen f und g schneiden sich an den Stellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 14,3$.



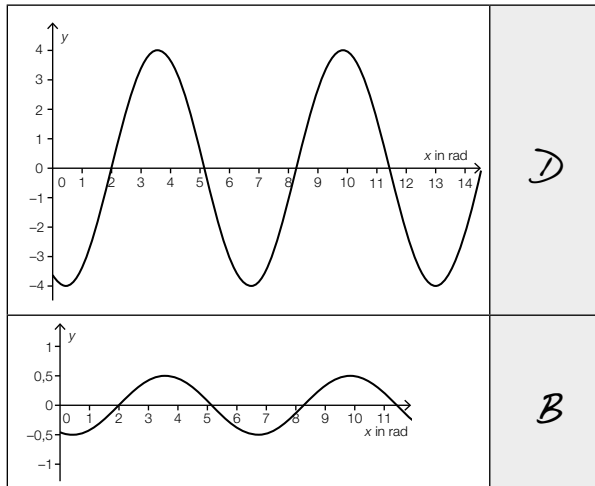
– Berechnen Sie den Flächeninhalt des abgebildeten Geistes.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



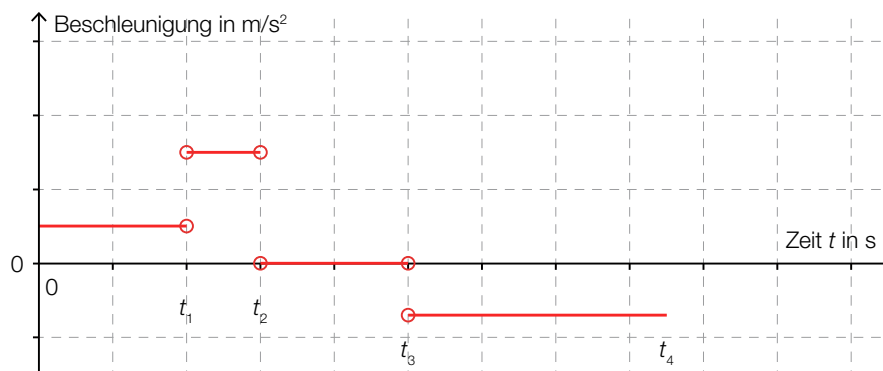
A	$\frac{1}{2} \cdot \sin(x + 2)$
B	$\frac{1}{2} \cdot \sin(x - 2)$
C	$4 \cdot \sin(x + 2)$
D	$4 \cdot \sin(x - 2)$

D

B

Ein positiver Parameter c verschiebt den Funktionsgraphen der Funktion um c nach oben, ein negativer Parameter c verschiebt die Funktion um $|c|$ nach unten.

b)



Als Ableitungsfunktion ist die Beschleunigung-Zeit-Funktion an den Sprungstellen nicht definiert. Es ist nicht gefordert, diese Definitionslücken zu berücksichtigen.

Die Fläche, die der Funktionsgraph v mit der Zeitachse einschließt, entspricht dem zurückgelegten Weg in Metern im Zeitintervall $0 \leq t \leq t_4$.

c) Eine allgemeine Polynomfunktion 2. Grades ($f(x) = a + x^2 + b \cdot x + c$) hat 3 Parameter. Es werden deshalb 3 Bedingungen für 3 Gleichungen benötigt, um diese eindeutig zu bestimmen. Es fehlt also eine 3. Bedingung.

Aus den 3 Bedingungen werden die 3 Gleichungen erstellt:

I: $A \in f$: $9 \cdot a + 3 \cdot b + c = 5$

II: $B \in f$: $144 \cdot a + 12 \cdot b + c = 7$

III: $f'(3) = \tan(46^\circ)$: $2 \cdot 3 \cdot a + b = \tan(46^\circ)$

Das Lösen des Gleichungssystems ergibt: $a \approx -0,09$, $b \approx 1,58$ und $c \approx 1,08$, somit:
 $f(x) = -0,09 \cdot x^2 + 1,58 \cdot x + 1,08$.

d) Der Flächeninhalt der Kreise beträgt: $A_K = 2 \cdot 0,5^2 \cdot \pi = \frac{\pi}{2} \approx 1,57 \text{ cm}^2$.

Flächeninhalt des Geistes:

$$\left(\int_0^{14,3} -0,25 \cdot x^2 + 3,5 \cdot x + 2 - \cos(x) - 1 \, dx \right) - \frac{\pi}{2} = 125,9216... \text{ cm}^2$$

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 4 Analysis
- d) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 4 Analysis
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 2 Algebra und Geometrie

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren, A Modellieren und Transferieren
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 4
- d) 2

Thema: IT

Quellen: —