

Bruchbiegeprüfung

Aufgabennummer: B_027

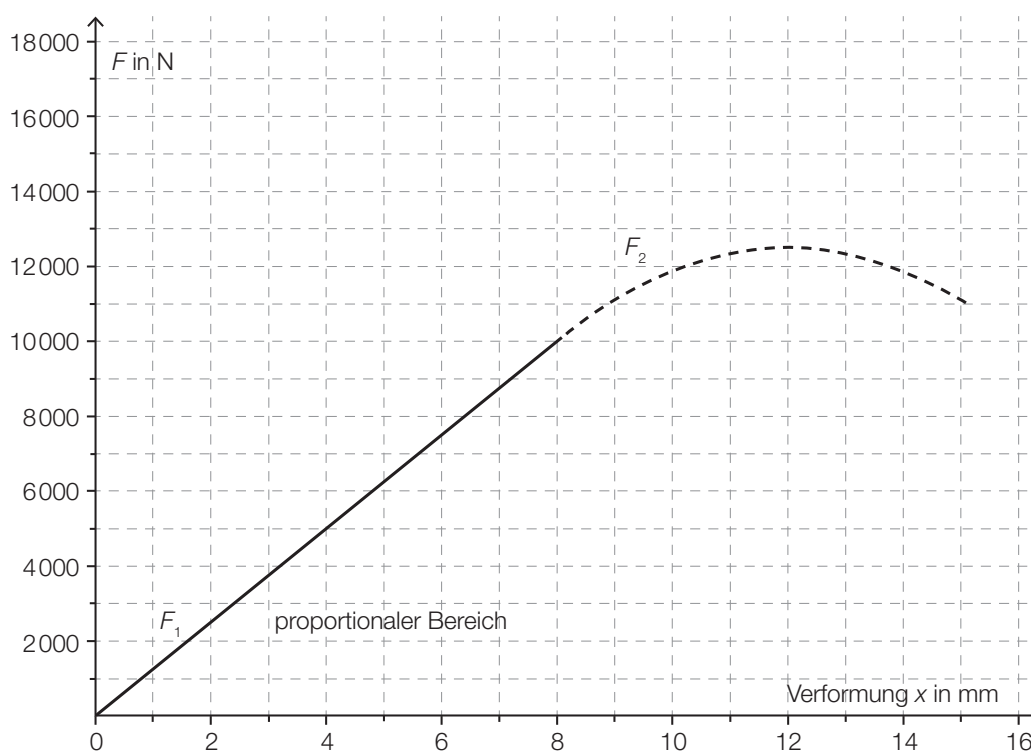
Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Bei einer Bruchbiegeprüfung wird die Festigkeit von Materialproben bestimmt. Unter Erhöhung des Betrags der Kraft $\vec{F}$ in Newton (N) wird die verursachte Verformung x in Millimetern (mm) ermittelt. Das Kraft-Verformungs-Diagramm beschreibt den Zusammenhang von Kraft und Verformung.

Der Verlauf einer Bruchbiegeprüfung an einer Holzprobe ist im nachstehenden Kraft-Verformungs-Diagramm dargestellt.



$$F_2(x) = -\frac{625}{4} \cdot x^2 + 3750 \cdot x - 10000 \quad \text{mit } 8 \leq x \leq 15,1$$

a) – Berechnen Sie die maximale Kraft im dargestellten Bruchbiegeversuch mithilfe der Differenzialrechnung.

b) Nach einer Verformung von 15,1 mm kam es zum Bruch.

– Ermitteln Sie die Gleichung der Funktion F_1 .

– Berechnen Sie die Arbeit W ($W = \int F(x) dx$), die bis zum Bruch verrichtet wurde.

c) Die Kraftbelastung der Bruchbiegeprüfung wird im proportionalen Bereich $[0; b]$ auf $F_1(x) = k \cdot x + F_0$ geändert.

- Interpretieren Sie die Bedeutung des Parameters F_0 im gegebenen Sachzusammenhang.
- Zeigen Sie, dass sich die Brucharbeit ($W = \int F(x) dx$) im proportionalen Bereich in diesem Fall um $F_0 \cdot b$ erhöht.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

$$\begin{aligned} \text{a) } F_2'(x) &= -\frac{625}{2} \cdot x + 3750 \\ -\frac{625}{2} \cdot x + 3750 &= 0 \Rightarrow x = 12 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$F_2(12) = 12500 \text{ N}$$

Die maximale Kraft beträgt 12500 N.

$$\text{b) Ablesen aus der Grafik: } P_1 = (0|0), P_2 = (4|5000)$$

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5000}{4} = 1250$$

$$F_1(x) = 1250 \cdot x \text{ mit } 0 \leq x \leq 8$$

Berechnung des Schnittpunkts der Funktionen:

$$F_1(x) = F_2(x) \Rightarrow x_1 = 8$$

Berechnung der Brucharbeit W :

$$W = \int_0^8 F_1(x) dx + \int_8^{15,1} F_2(x) dx$$

$$W = 123865,05 \dots \text{ Nmm}$$

Bis zum Bruch wurde eine Arbeit von rund 123865 Nmm verrichtet.

$$\text{c) Kraft ohne Anfangsbelastung } F_0: F(x) = k \cdot x$$

$$\text{Arbeit ohne Anfangsbelastung } F_0 \text{ im Intervall } [0; b]: W = \int_0^b k \cdot x = \left[k \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^b = k \cdot \frac{b^2}{2}$$

Arbeit mit der Anfangsbelastung F_0 :

$$W_{\text{neu}} = \int_0^b (k \cdot x + F_0) dx = \left[k \cdot \frac{x^2}{2} + F_0 \cdot x \right]_0^b = k \cdot \frac{b^2}{2} + F_0 \cdot b = W + F_0 \cdot b$$

Durch die geänderte Kraftbelastung der Bruchbiegeprüfung nimmt die Brucharbeit W_{neu} für den proportionalen Bereich um $F_0 \cdot b$ zu.

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) leicht
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 1
- b) 4
- c) 2

Thema: Holz

Quellen: —