

Halterungen für Glasfassaden

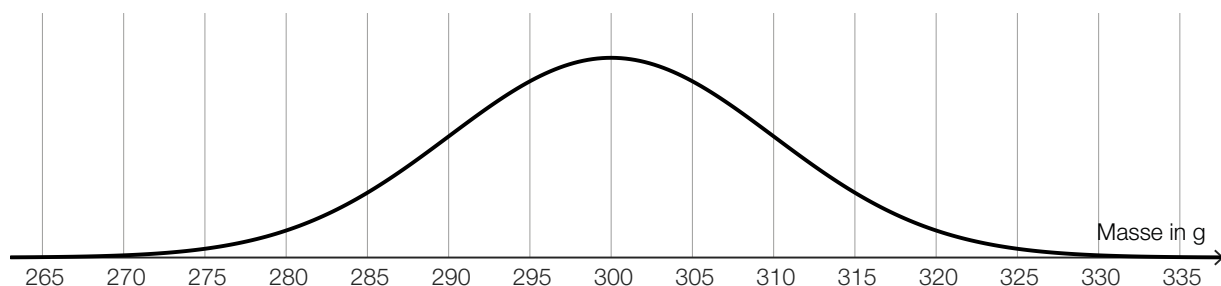
Ein Betrieb erzeugt Halterungen für Glasfassaden. Die monatlichen Produktionskosten für die Herstellung der Halterungen bis zu einer Grenze von $x = 5000$ Stück können durch folgende Funktion K beschrieben werden:

$$K(x) = 0,00001 \cdot x^3 - 0,025 \cdot x^2 + 24 \cdot x + 3500$$

x ... Produktionsmenge in Stück mit $0 \leq x \leq 5000$

$K(x)$... Kosten bei der Produktionsmenge x in €

- a)
 - 1) Stellen Sie eine Gleichung der Stückkostenfunktion $\bar{K}$ auf.
 - 2) Ermitteln Sie den lokalen Extremwert der Stückkostenfunktion $\bar{K}$.
 - 3) Zeigen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass es sich bei diesem Extremwert um ein lokales Minimum handelt.
- b) Die Halterungen werden zu einem Preis von € 20 pro Stück verkauft.
 - 1) Stellen Sie eine Gleichung der Gewinnfunktion G auf.
 - 2) Ermitteln Sie den Gewinnbereich.
- c) Ein Kunde bezieht die Halterungen in sehr großer Stückzahl. Erfahrungsgemäß ist eine Halterung mit einer Wahrscheinlichkeit von 2 % fehlerhaft. Der Kunde überprüft eine Zufallsstichprobe von 50 Halterungen.
 - 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 1 der Halterungen in dieser Zufallsstichprobe fehlerhaft ist.
- d) Die Masse der Halterungen ist annähernd normalverteilt. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



- 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ ab.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } \bar{K}(x) = \frac{K(x)}{x} = 0,00001 \cdot x^2 - 0,025 \cdot x + 24 + \frac{3500}{x}$$

$$\text{a2) } \bar{K}'(x) = 0,00002 \cdot x - 0,025 - \frac{3500}{x^2}$$

$$\bar{K}'(x) = 0$$

$$x = 1\,346,519\dots$$

$$K(1\,346,519\dots) = 11,067\dots$$

$$\text{a3) } \bar{K}''(x) = 0,00002 + \frac{7\,000}{x^3}$$

$$\bar{K}''(1\,346,519\dots) = 0,00002\dots > 0$$

Die 2. Ableitung der Stückkosten ist positiv, daher liegt ein Minimum vor.

$$\text{b1) } G(x) = 20 \cdot x - K(x)$$

$$G(x) = -0,00001 \cdot x^3 + 0,025 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 3500$$

$$\text{b2) } G(x) = 0$$

$$(x_1 = -289,6\dots) \quad x_2 = 536,1\dots \quad x_3 = 2\,253,5\dots$$

Gewinnbereich: [537 Stück; 2 253 Stück]

$$\text{c1) Binomialverteilung mit } n = 50 \text{ und } p = 0,02$$

X ... Anzahl der fehlerhaften Halterungen

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X \leq 1) = 0,7357\dots$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 73,6 %.

$$\text{d1) } \mu = 300 \text{ g, } \sigma = 10 \text{ g}$$

Ablesetoleranz für σ : [7; 13]