

Designertasse

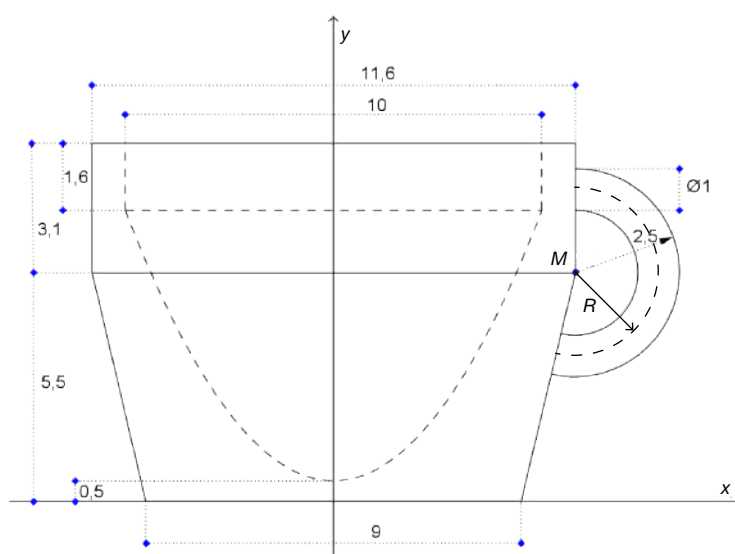
Aufgabennummer: B_005

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Eine Designertasse wird aus Glas mit einer Dichte von $2\,500\text{ kg/m}^3$ hergestellt. Sie hat die Form eines quadratischen Pyramidenstumpfs mit einem aufgesetzten Quader. Der Hohlraum der Tasse hat die Form eines Drehparaboloids mit aufgesetztem Drehzylinder.



(Maße in cm)

- a) Der Tassengriff hat die Form eines Ringkörpers (Torus).

Volumensformel für den Torus: $V = 2 \cdot \pi^2 \cdot R \cdot r^2$

R ... Radius der Kreislinie des Torus

r ... Radius der Querschnittsfläche des Torus

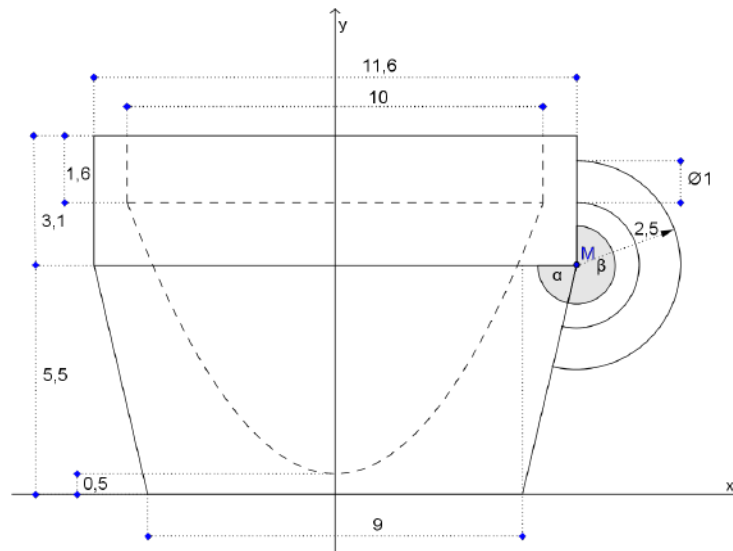
- Berechnen Sie unter Verwendung der angegebenen Skizze die Masse des Tassengriffs.
- b) Die bis zum Rand gefüllte Tasse fasst ein Volumen von 380,918 ml.
 - Berechnen Sie das Glasvolumen, das zur Herstellung der dargestellten Designertasse ohne Tassengriff notwendig ist.
- c) Alle Abmessungen der Querschnittsfläche in x-Richtung werden um 5 % vergrößert. Die Abmessungen in y-Richtung bleiben unverändert.
 - Argumentieren Sie, warum das Volumen des Hohlraumes nicht um 5 % zunimmt.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



$$\tan \alpha = \frac{5,5}{1,3}$$

$$\alpha \approx 76,7^\circ$$

$$\beta = 180^\circ + (90^\circ - 76,7^\circ) = 193,3^\circ$$

$$R = 2 \text{ cm}$$

$$b = R \cdot \pi \cdot \frac{\beta}{180}$$

$$b = 6,747... \text{ cm}$$

$$r = 0,5 \text{ cm}$$

$$A = r^2 \cdot \pi$$

$$V = A \cdot b$$

$$V \approx 5,3 \text{ cm}^3$$

$$\rho = 2,5 \text{ g/cm}^3$$

$$m = V \cdot \rho$$

$$m = 13,25 \text{ g}$$

Die Masse des Tassengriffs beträgt 13,25 g.

b) Volumen des quadratischen Pyramidenstumpfs

$$V_1 = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + \sqrt{A_1 \cdot A_2} + A_2)$$

$$A_1 = 11,6^2 = 134,56 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 9^2 = 81 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = 586,593 \text{ cm}^3$$

Volumen des Quaders

$$V_2 = a^2 \cdot h = 11,6^2 \cdot 3,1$$

$$V_2 = 417,136 \text{ cm}^3$$

$$V = V_1 + V_2 - 380,918 = 622,811... \text{ cm}^3$$

Das zur Herstellung notwendige Glasvolumen der Designertasse ohne den Tassengriff beträgt ungefähr 622,81 cm³.

c) Drehparaboloid:

Wird der Radius des Drehparaboloids um 5 % vergrößert, so nimmt der Flächeninhalt um 10,25 % zu, weil sich der Radius quadratisch im Flächeninhalt auswirkt. Die Abmessungen entlang der y-Achse bleiben gleich. Das Volumen des Drehparaboloids nimmt deshalb um 10,25 % zu.

Drehzylinder:

Wird der Radius des Drehzylinders um 5 % vergrößert, so nimmt der Flächeninhalt um 10,25 % zu, weil sich der Radius quadratisch im Flächeninhalt auswirkt. Da die Abmessungen entlang der y-Achse gleich bleiben, nimmt auch das Volumen des Drehzylinders um 10,25 % zu.

Das Volumen des Hohlraumes nimmt um 10,25 % zu.

Auch andere gleichwertige Argumentationen sind zulässig.

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) —
- c) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) schwer
- b) mittel
- c) schwer

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 3

Thema: Design

Quellen: —