

Leuchtdioden*

Aufgabennummer: A_305

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Leuchtdioden (LEDs) werden häufig als Beleuchtungsmittel verwendet.

- a) LEDs haben einen begrenzten Öffnungswinkel. Für eine sogenannte *Rundum-Beleuchtung* werden daher mehrere LEDs benötigt. Die Anzahl der LEDs gleicher Bauart, die für eine Rundum-Beleuchtung benötigt werden, kann gemäß der nachstehenden Vorschrift berechnet werden.

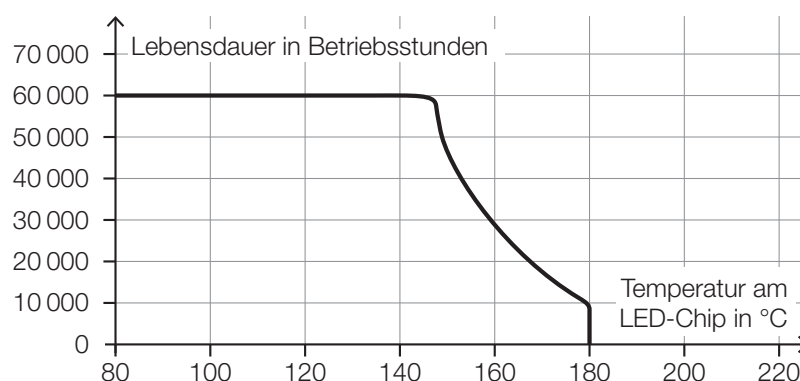
Dividiere 1 durch den Sinus von einem Viertel des Öffnungswinkels.

Quadriere die erhaltene Zahl.

Ist das nun erhaltene Ergebnis nicht ganzzahlig, dann runde es auf die nächstgrößere ganze Zahl auf.

- 1) Berechnen Sie die Anzahl der LEDs mit einem Öffnungswinkel von 40° , die man gemäß der obigen Vorschrift für eine Rundum-Beleuchtung benötigt.

- b) Die Lebensdauer von LEDs ist abhängig von der Temperatur am LED-Chip. Auf einer Website ist dieser Zusammenhang grafisch dargestellt (siehe nachstehende Abbildung).



Quelle: <https://www.led-studien.de/wp-content/uploads/2015/10/Lebensdauer-nach-LED-Temperatur.png> [16.08.2019] (adaptiert).

- 1) Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate der Lebensdauer bei Erhöhung der Temperatur von 140°C auf 160°C .
- 2) Begründen Sie, warum es sich bei der in der obigen Abbildung dargestellten Kurve nicht um den Graphen einer Funktion handeln kann.

- c) Ein Maß für die Helligkeit einer Lichtquelle ist der sogenannte *Lichtstrom*. Dieser wird in der Einheit Lumen angegeben.

Man geht davon aus, dass der maximale Lichtstrom von LEDs durch technische Weiterentwicklung exponentiell ansteigen wird.

Dabei gilt: Alle 10 Jahre steigt der maximale Lichtstrom von LEDs auf das 20-Fache.

Diese Entwicklung kann durch eine Exponentialfunktion L modelliert werden.

$$L(t) = L_0 \cdot a^t$$

t ... Zeit in Jahren

$L(t)$... maximaler Lichtstrom zur Zeit t in Lumen

L_0 ... maximaler Lichtstrom zur Zeit $t = 0$ in Lumen

a ... positiver Parameter

- 1) Berechnen Sie den Parameter a .
- 2) Interpretieren Sie den Wert des Parameters a im gegebenen Sachzusammenhang.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1)} \left(\frac{1}{\sin\left(\frac{40^\circ}{4}\right)} \right)^2 = 33,1\dots$$

Für eine Rundum-Beleuchtung benötigt man 34 LEDs.

$$\text{b1)} \frac{29\,000 - 60\,000}{160 - 140} = -1\,550$$

Toleranzbereich: $[-1\,600; -1\,500]$

b2) Bei der dargestellten Kurve handelt es sich nicht um den Graphen einer Funktion, da nicht jedem Argument genau ein Funktionswert zugeordnet wird. (Hier sind der Temperatur 180 °C mehrere Lebensdauer-Werte zugeordnet.)

$$\text{c1)} \quad 20 = a^{10} \Rightarrow a = \sqrt[10]{20} = 1,349\dots$$

c2) Der maximale Lichtstrom von LEDs nimmt laut diesem Modell pro Jahr um rund 35 % (bezogen auf den Wert des jeweiligen Vorjahrs) zu.

Lösungsschlüssel

- a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl.
- b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der mittleren Änderungsrate.
- b2) Ein Punkt für das richtige Begründen.
- c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Parameters a .
- c2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.