

Sonnenaufgang*

Aufgabennummer: A_284

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

- a) Während der Morgendämmerung wird es kontinuierlich heller. Die Beleuchtungsstärke bei klarem Himmel kann an einem bestimmten Ort in Abhängigkeit von der Zeit näherungsweise durch folgende Exponentialfunktion E beschrieben werden:

$$E(t) = 80 \cdot a^t \text{ mit } -60 \leq t \leq 30$$

t ... Zeit in min, wobei $t = 0$ der Zeitpunkt des Sonnenaufgangs ist

$E(t)$... Beleuchtungsstärke zur Zeit t in Lux

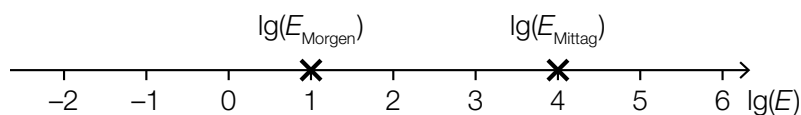
a ... Parameter

- 1) Interpretieren Sie die Zahl 80 in der Funktionsgleichung von E im gegebenen Sachzusammenhang.

Die Beleuchtungsstärke verdoppelt sich alle 5 min.

- 2) Berechnen Sie den Parameter a .

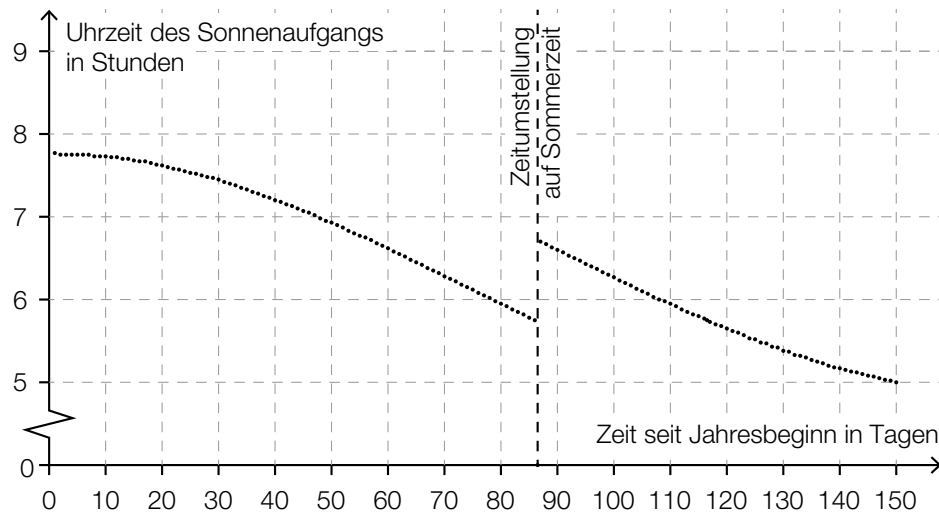
- b) An einem Wintertag wurde die Beleuchtungsstärke E in Lux am Morgen und zu Mittag gemessen. Die dekadischen Logarithmen (Logarithmen zur Basis 10) der beiden Messergebnisse sind nachstehend dargestellt:



Marco behauptet, die Beleuchtungsstärke E sei an diesem Tag zu Mittag 4-mal so hoch wie am Morgen gewesen.

- 1) Zeigen Sie, dass Marcos Behauptung falsch ist.

- c) In der nachstehenden Grafik ist die jeweilige Uhrzeit des Sonnenaufgangs in Wien für die ersten 150 Tage eines Jahres dargestellt.



- 1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Grafik, wie viele Tage nach der Zeitumstellung der Sonnenaufgang erstmals zu einer früheren Uhrzeit als unmittelbar vor der Zeitumstellung stattfindet.

Im Zeitintervall $[0; 40]$ kann die Uhrzeit des Sonnenaufgangs näherungsweise durch eine quadratische Funktion f modelliert werden.

$$f(t) = a \cdot t^2 + c$$

t ... Zeit seit Jahresbeginn in Tagen

$f(t)$... Uhrzeit des Sonnenaufgangs am Tag t in Stunden

- 2) Argumentieren Sie anhand der obigen Grafik, dass der Parameter a dabei negativ sein muss.

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Beleuchtungsstärke bei Sonnenaufgang beträgt 80 Lux.

a2) $a^5 = 2 \Rightarrow a = \sqrt[5]{2} = 1,148\dots$

b1) Mit den konkreten Zahlen folgt: $E_{\text{Morgen}} = 10 \text{ Lux}$, $E_{\text{Mittag}} = 10000 \text{ Lux}$
Daher war die Beleuchtungsstärke zu Mittag nicht 4-mal so hoch wie am Morgen.

Auch ein allgemeiner Nachweis ist als richtig zu werten.

c1) 31 Tage

Toleranzbereich: [26 Tage; 34 Tage]

c2) Die Datenpunkte im Zeitintervall [0; 40] können durch eine nach unten offene (negativ gekrümmte) Parabel angenähert werden. Daher ist der Parameter a der zugehörigen quadratischen Funktion negativ.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang

a2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Parameters a

b1) 1 × D: für den richtigen Nachweis (allgemein oder anhand der konkreten Zahlen)

c1) 1 × C: für das richtige Ermitteln im Toleranzbereich [26 Tage; 34 Tage]

c2) 1 × D: für die richtige Argumentation