

Vitamin C*

Aufgabennummer: A_281

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Der Vitamin-C-Gehalt eines Apfels nimmt nach der Ernte exponentiell ab. Alle 4 Wochen nimmt der Vitamin-C-Gehalt um 20 % bezogen auf den Wert zu Beginn dieser 4 Wochen ab.
Ein bestimmter Apfel hat bei der Ernte einen Vitamin-C-Gehalt von 18 mg.
- Der Vitamin-C-Gehalt dieses Apfels in Milligramm soll in Abhängigkeit von der Zeit t in Wochen beschrieben werden.
- 1) Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Funktion. Wählen Sie $t = 0$ für den Zeitpunkt der Ernte.
 - 2) Berechnen Sie den Vitamin-C-Gehalt dieses Apfels 36 Wochen nach der Ernte.
- b) Der Vitamin-C-Gehalt von Tabletten der Sorte *Zitruspower* ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 100$ mg und der Standardabweichung $\sigma = 5$ mg.
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Vitamin-C-Gehalt einer zufällig ausgewählten Tablette zwischen 92 mg und 110 mg liegt.

- c) Nach der Einnahme einer Vitamin-C-Tablette steigt die Vitamin-C-Konzentration im Blut zunächst an und sinkt danach wieder ab.

Die Funktion c beschreibt näherungsweise den zeitlichen Verlauf der Vitamin-C-Konzentration im Blut einer bestimmten Person.

$$c(t) = 24 \cdot (e^{-0,0195 \cdot t} - e^{-1,3 \cdot t}) + 3$$

t ... Zeit seit der Einnahme der Vitamin-C-Tablette in h

$c(t)$... Vitamin-C-Konzentration im Blut zur Zeit t in Mikrogramm pro Milliliter ($\mu\text{g/ml}$)

- 1) Zeigen Sie, dass die maximale Vitamin-C-Konzentration im Blut der Person gerundet 25,18 $\mu\text{g/ml}$ beträgt.
- 2) Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der die maximale Vitamin-C-Konzentration in mg/L angibt. [1 aus 5]

0,02518 mg/L	☐
25,18 mg/L	☐
25 180 mg/L	☐
0,00002518 mg/L	☐
25 180 000 mg/L	☐

Möglicher Lösungsweg

a1) $N(t) = 18 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$$0,8 \cdot 18 = 18 \cdot e^{-\lambda \cdot 4}$$

$$\lambda = \frac{\ln(0,8)}{-4} = 0,05578... \approx 0,0558$$

$$N(t) = 18 \cdot e^{-0,0558 \cdot t}$$

oder:

$$N(t) = 18 \cdot 0,8^{\frac{t}{4}}$$

t ... Zeit nach der Ernte in Wochen

$N(t)$... Vitamin-C-Gehalt zur Zeit t in mg

a2) $N(36) = 2,41...$

Der Apfel hat 36 Wochen nach der Ernte einen Vitamin-C-Gehalt von rund 2,4 mg.

b1) X ... Vitamin-C-Gehalt einer Tablette in mg

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(92 < X < 110) = 0,9224...$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 92,2 %.

c1) $c'(t) = 0$ oder $24 \cdot (-0,0195 \cdot e^{-0,0195 \cdot t} + 1,3 \cdot e^{-1,3 \cdot t}) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 3,279...$$

$$c(3,279...) = 25,175...$$

Die maximale Vitamin-C-Konzentration im Blut dieser Person beträgt also rund 25,18 µg/ml.

Eine Überprüfung, ob an der berechneten Stelle tatsächlich ein Maximum vorliegt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, sowie eine Überprüfung von Randstellen sind für die Punktevergabe nicht erforderlich.

c2)

25,18 mg/L	☒

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Funktion

a2) 1 × B: für die richtige Berechnung des Vitamin-C-Gehalts 36 Wochen nach der Ernte

b1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

c1) 1 × D: für den richtigen Nachweis

Eine Überprüfung, ob an der berechneten Stelle tatsächlich ein Maximum vorliegt, z. B. mithilfe der 2. Ableitung, sowie eine Überprüfung von Randstellen sind für die Punktevergabe nicht erforderlich.

c2) 1 × C: für das richtige Ankreuzen