

Stausee*

Aufgabennummer: A_271

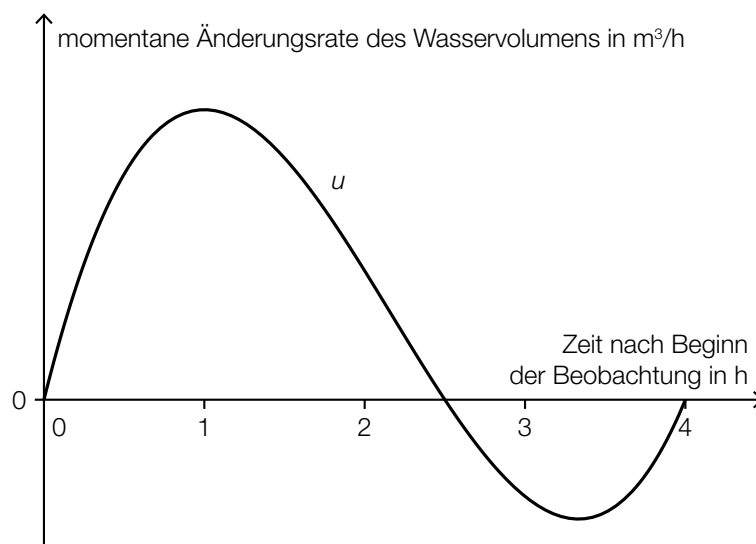
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Das Wasservolumen in einem Stausee ändert sich aufgrund von verschiedenen Einflüssen, wie z. B. Niederschlägen, Zuflüssen und Wasserentnahmen.

Zu Beginn einer Beobachtung beträgt das Wasservolumen im Stausee $1,5 \cdot 10^8 \text{ m}^3$. Die momentane Änderungsrate des Wasservolumens kann im Zeitintervall $[0; 4]$ näherungsweise durch eine Funktion u beschrieben werden, deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist.



- 1) Interpretieren Sie unter Angabe der entsprechenden Einheit, was mit dem folgenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird:

$$1,5 \cdot 10^8 + \int_0^4 u(t) dt$$

- 2) Argumentieren Sie mithilfe des Funktionsgraphen, dass das Wasservolumen im Stausee im Zeitintervall $[1; 2]$ zunimmt.

- b) Der zeitliche Verlauf des Wasserstands eines Stausees kann für einen bestimmten Zeitraum näherungsweise durch die Funktion h beschrieben werden:

$$h(t) = -6 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 + 0,001 \cdot t^2 + 0,005 \cdot t + 5 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 150$$

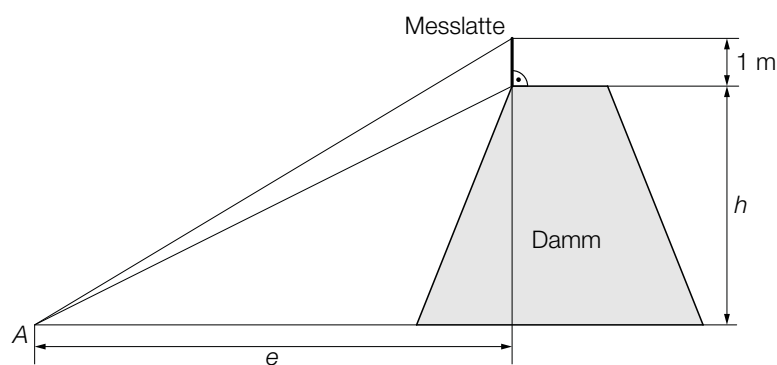
t ... Zeit in h

$h(t)$... Wasserstand zur Zeit t in m

Ein ufernaher Parkplatz wird gesperrt, solange der Wasserstand 9 m oder höher ist.

- 1) Berechnen Sie die Dauer der Sperre.

- c) Für den Hochwasserschutz wurde an einem Ufer ein Damm aufgeschüttet. Die Höhe des Damms wird mithilfe einer 1 m langen Messlatte ermittelt. Dazu werden von einem Punkt A aus die Enden der Messlatte anvisiert und die Höhenwinkel $\alpha = 40,0^\circ$ und $\beta = 33,7^\circ$ gemessen (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).



- 1) Beschriften Sie in der obigen Skizze die Winkel α und β .

Für die Berechnung der Dammhöhe h werden folgende Formeln verwendet:

$$\tan(\alpha) = \frac{h + 1}{e}$$

$$\tan(\beta) = \frac{h}{e}$$

- 2) Berechnen Sie die Dammhöhe h .

Möglicher Lösungsweg

a1) Mit dem Ausdruck wird das Wasservolumen in Kubikmetern im Stausee 4 Stunden nach Beginn der Beobachtung berechnet.

a2) Die Funktionswerte von u sind im Zeitintervall $[1; 2]$ positiv, daher nimmt das Wasservolumen zu.

b1) $h(t) = 9$

oder:

$$-6 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 + 0,001 \cdot t^2 + 0,005 \cdot t + 5 = 9$$

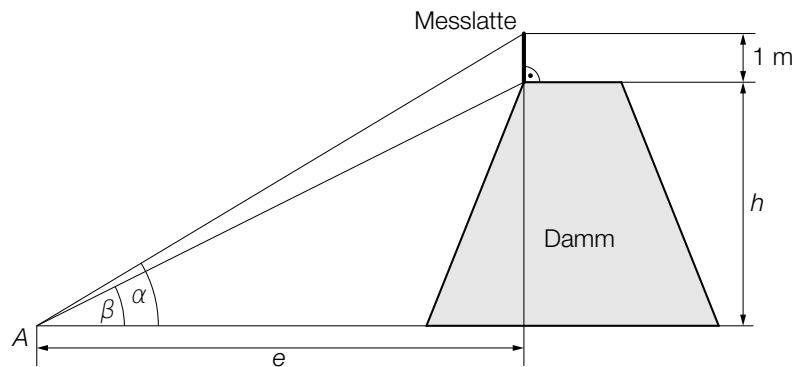
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t_1 = 85,7..., t_2 = 137,4..., (t_3 = -56,5...)$$

$$t_2 - t_1 = 51,6...$$

Der Parkplatz ist für etwa 52 Stunden gesperrt.

c1)



$$\text{c2) } \tan(40^\circ) = \frac{h+1}{e} \Rightarrow h = e \cdot \tan(40^\circ) - 1$$

$$\tan(33,7^\circ) = \frac{h}{e} \Rightarrow h = e \cdot \tan(33,7^\circ)$$

$$e \cdot \tan(33,7^\circ) = e \cdot \tan(40^\circ) - 1 \Rightarrow e = 5,80...$$

$$h = e \cdot \tan(33,7^\circ) = 3,87...$$

Die Dammhöhe beträgt rund 3,9 m.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der Einheit
1 × D: für die richtige Argumentation mithilfe des Funktionsgraphen
- b) 1 × A: für den richtigen Ansatz
1 × B: für die richtige Berechnung der Zeitdauer
- c) 1 × C: für das richtige Beschriften der beiden Winkel
1 × B: für die richtige Berechnung der Dammhöhe h