

Flussläufe und Pegelstände*

Aufgabennummer: A_266

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Während eines Hochwassers wurde über den Zeitraum von einer Woche der Pegelstand eines Flusses ermittelt. Den Messergebnissen zufolge kann der zeitliche Verlauf des Pegelstands näherungsweise durch die Funktion p beschrieben werden:

$$p(t) = -3,5 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 + 6,3 \cdot 10^{-4} \cdot t^2 - 0,011 \cdot t + 7,661 \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 168$$

t ... Zeit in h

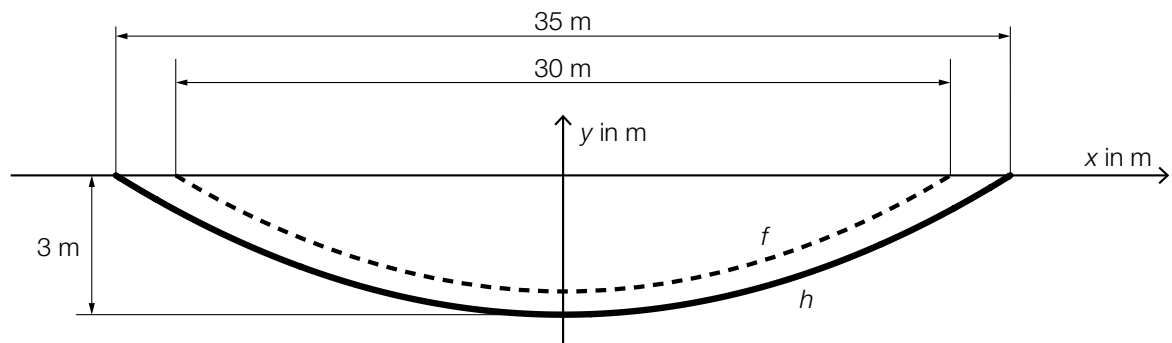
$p(t)$... Pegelstand zur Zeit t in m

- Berechnen Sie die Abweichung des höchsten Pegelstands während des Hochwassers vom „üblichen“ Pegelstand von 2,5 m.

Zur Zeit t_1 gilt: $p''(t_1) = 0$

- Interpretieren Sie die Bedeutung von t_1 im gegebenen Sachzusammenhang.

- b) Auf einem annähernd geradlinig verlaufenden Abschnitt eines Flusses soll das Flussbett verbreitert und vertieft werden. In der nachstehenden Abbildung ist das Flussbett im Querschnitt dargestellt.



f ... Profillinie des ursprünglichen Flussbetts

h ... Profillinie des neuen Flussbetts

f und h sind Polynomfunktionen 2. Grades mit zur y -Achse symmetrischen Graphen.

Ein Teilstück des Flussbetts mit der Länge L (in m) wird ausgebagert.

- Interpretieren Sie unter Angabe der entsprechenden Einheit, was mit dem folgenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird:

$$2 \cdot \left| \int_0^{17,5} h(x) \, dx - \int_0^{15} f(x) \, dx \right| \cdot L$$

- Erstellen Sie mithilfe der obigen Abbildung eine Gleichung der Funktion h .

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Berechnung des Hochpunkts H von p im gegebenen Intervall mittels Technologieeinsatz:

$$p'(t) = 0 \Rightarrow H = (110,52... | 9,41...)$$

Abweichung: $9,41... - 2,5 = 6,91...$

Die Abweichung betrug rund 6,9 m.

Zur Zeit t_1 ist der Pegelstand am stärksten gestiegen.

- b) Mit dem Ausdruck wird das Volumen des dabei anfallenden Aushubs in m^3 berechnet.

$$h(x) = a \cdot x^2 + b$$

$$h(0) = -3$$

$$h(17,5) = 0$$

oder:

$$-3 = a \cdot 0^2 + b$$

$$0 = a \cdot 17,5^2 + b$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$h(x) = \frac{12}{1225} \cdot x^2 - 3$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Abweichung des höchsten Pegelstands vom „üblichen“ Pegelstand

1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang

- b) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der Einheit

1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung