

Rolltreppen*

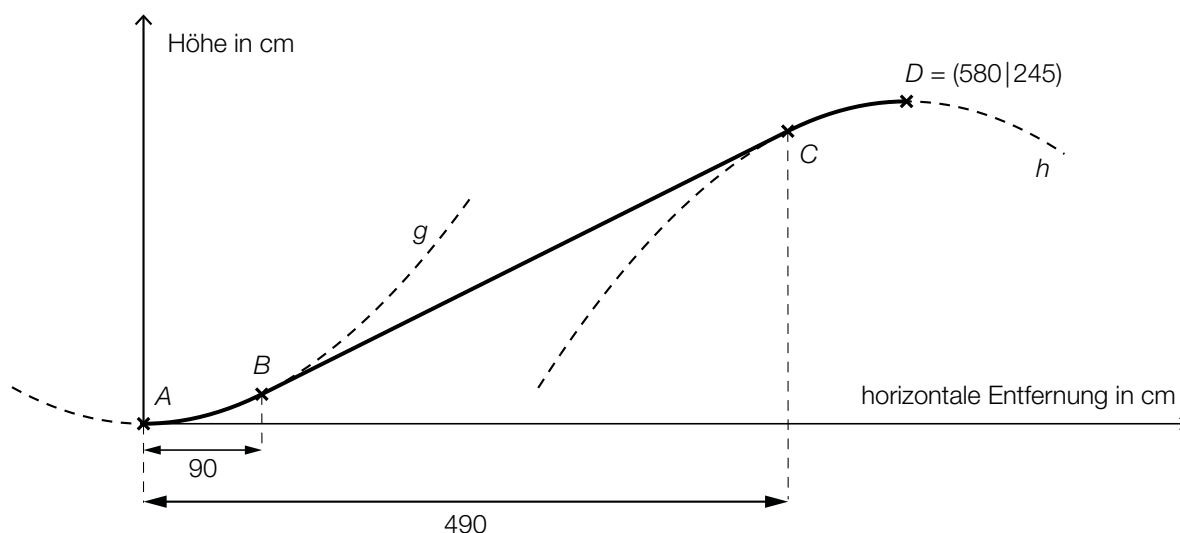
Aufgabennummer: A_259

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Die nachstehende Abbildung zeigt den schematischen Verlauf einer Rolltreppe. Dieser Verlauf setzt sich aus 2 Parabelstücken (Graphen der Funktionen g und h) zwischen den Punkten A und B bzw. C und D sowie einem geradlinig verlaufenden Stück zwischen den Punkten B und C zusammen. Die Übergänge in den Punkten B und C erfolgen knickfrei (das bedeutet, dass die Funktionen an den Stellen, an denen sie zusammenstoßen, den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben).



Für die Funktion g gilt:

$$g(x) = \frac{1}{360} \cdot x^2$$

x ... horizontale Entfernung von der Einstiegsstelle in cm

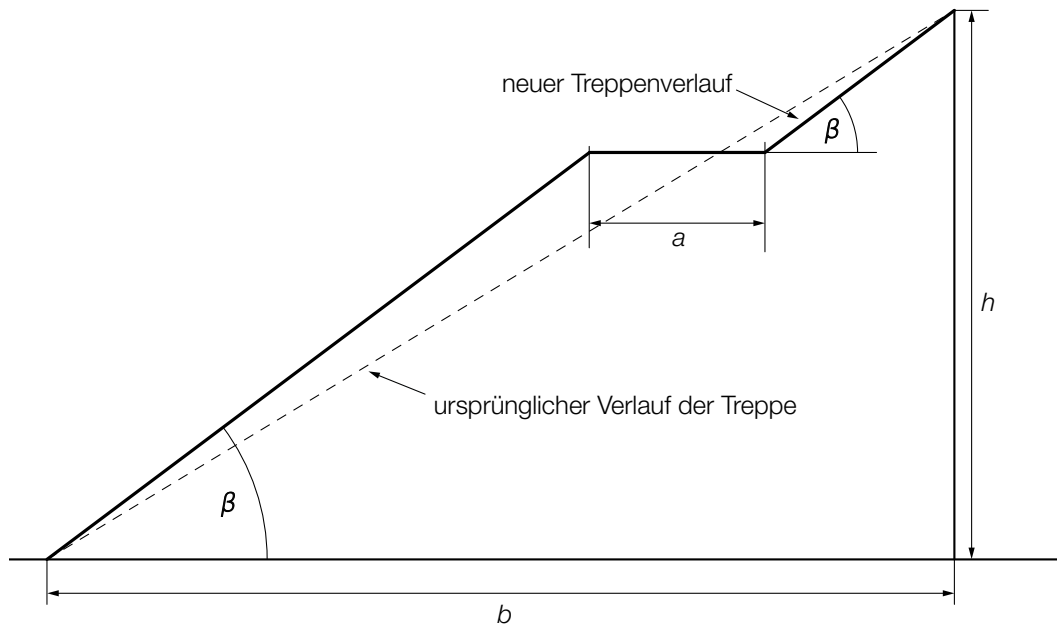
$g(x)$... Höhe an der Stelle x in cm

- Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion g im Punkt B eine Steigung von 50 % aufweist.

Bei der Ausstiegsstelle (Punkt D) verläuft die Rolltreppe waagrecht.

- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten der Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ ermittelt werden können.

- b) Parallel zu einer Rolltreppe verläuft eine Treppe.
Bei der Erneuerung der Treppe soll ein Treppenabsatz eingebaut werden (siehe nachstehende Abbildung).



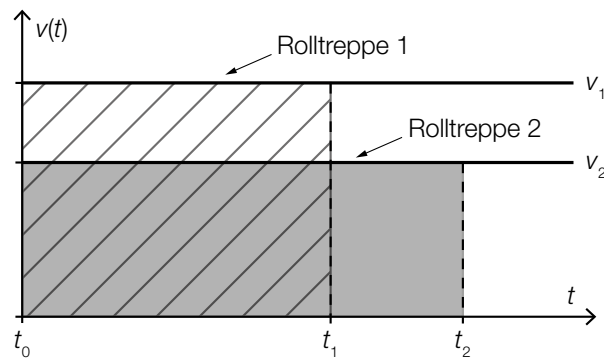
- Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Steigungswinkels β aus b , h und a .

$$\beta = \underline{\hspace{10cm}}$$

Der Steigungswinkel der ursprünglichen Treppe war kleiner als 45° .

- Erklären Sie, welche Bedingung für a gelten muss, damit auch β kleiner als 45° ist.

- c) Im nachstehenden Diagramm sind die Graphen der Geschwindigkeit-Zeit-Funktionen v_1 und v_2 der Stufen zweier Rolltreppen dargestellt.



- Interpretieren Sie, was es im gegebenen Sachzusammenhang bedeutet, dass die beiden gekennzeichneten Flächeninhalte gleich groß sind.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $g'(x) = \frac{1}{180} \cdot x$
 $g'(90) = 0,5$

Die Steigung beträgt also 50 %.

$$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$$

$$h(580) = 245$$

$$h'(580) = 0$$

$$h'(490) = 0,5$$

oder:

$$a \cdot 580^2 + b \cdot 580 + c = 245$$

$$2 \cdot a \cdot 580 + b = 0$$

$$2 \cdot a \cdot 490 + b = 0,5$$

b) $\beta = \arctan\left(\frac{h}{b-a}\right)$

Ein Steigungswinkel von genau 45° würde bedeuten, dass h und $b - a$ gleich lang sind.

$$h = b - a \Rightarrow a = b - h$$

Ist $a < b - h$, so ist der Winkel β kleiner als 45° .

c) Die Stufen von Rolltreppe 1 legen im Zeitintervall $[t_0; t_1]$ den gleichen Weg zurück wie die Stufen von Rolltreppe 2 im Zeitintervall $[t_0; t_2]$.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für den richtigen rechnerischen Nachweis

1 × A1: für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der Koordinaten des Punktes D

1 × A2: für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Informationen zur Steigung

b) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel

1 × D: für die richtige Erklärung

c) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang