

Verzinsung*

Aufgabennummer: A_256

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

a) Auf einem Konto werden € 3.000 angelegt.

Für eine Zeitspanne von 3 Jahren wird dieser Betrag mit 5 % pro Jahr verzinst, anschließend für 2 Jahre mit 1 % pro Jahr.

– Ermitteln Sie den Kontostand nach 5 Jahren K_5 .

Bei einem konstanten Jahreszinssatz i wäre der Kontostand nach 5 Jahren auf denselben Wert K_5 angewachsen.

– Bestimmen Sie diesen Jahreszinssatz i .

b) Die Basisformel für die Zinseszinsrechnung lautet:

$$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n$$

K_0 ... Anfangskapital

K_n ... Kapital nach n Jahren

i ... Jahreszinssatz

Nach einer bestimmten Anzahl von Jahren n_2 hat sich das Anfangskapital verdoppelt.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von n_2 aus i .

$n_2 =$ _____

Zur näherungsweisen Berechnung von n_2 kann die sogenannte *0,69er-Regel* verwendet werden:

$$n_2 \approx \frac{0,69}{i} + 0,35$$

– Überprüfen Sie nachweislich, ob die 0,69er-Regel für $i = 0,04$ eine gute Näherung von n_2 ergibt.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $K_5 = 3000 \cdot 1,05^3 \cdot 1,01^2 = 3542,679...$

Der Kontostand nach 5 Jahren beträgt € 3.542,68.

$$1 + i = \sqrt[5]{1,05^3 \cdot 1,01^2} = 1,0338... \approx 1,034 \quad \text{oder:} \quad 3542,679... = 3000 \cdot (1 + i)^5$$

$$i = \sqrt[5]{\frac{3542,679...}{3000}} - 1 = 0,0338...$$

Der Jahreszinssatz beträgt rund 3,4 %.

b) $2 = (1 + i)^{n_2}$

$$n_2 = \frac{\ln(2)}{\ln(1 + i)}$$

Auch das Erstellen der Formel mit Logarithmen zu einer anderen Basis ist als richtig zu werten.

i	$n_2 = \frac{\ln(2)}{\ln(1 + i)}$	$n_2 \approx \frac{0,69}{i} + 0,35$
0,04	17,67...	17,6

Die 0,69er-Regel ergibt also für $i = 0,04$ eine gute Näherung von n_2 .

Lösungsschlüssel

a) 1 × B1: für das richtige Ermitteln des Kontostands nach 5 Jahren

1 × B2: für das richtige Bestimmen des Jahreszinssatzes

b) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel für n_2

Auch das Erstellen der Formel mit Logarithmen zu einer anderen Basis ist als richtig zu werten.

1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung