

Windräder*

Aufgabennummer: A_247

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Die vom Hersteller eines Windrads angegebene Nennleistung kann in einer vereinfachten Form durch folgende Formel berechnet werden:

$$P_N = c \cdot A$$

P_N ... Nennleistung in Megawatt (MW)

A ... Flächeninhalt der von den Rotoren des Windrads überstrichenen Kreisfläche in Quadratmetern (m^2)

$$c = 0,169 \cdot 10^{-3} \text{ MW/m}^2$$

Ein Windrad hat eine Nennleistung von 0,85 MW.

- Berechnen Sie den Durchmesser der von den Rotoren des Windrads überstrichenen Kreisfläche.

- b) Die tatsächliche Leistung von Windrädern in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit v kann näherungsweise durch die Funktion P beschrieben werden.

Der Graph dieser Funktion P und ihr Wendepunkt W sind in der unten stehenden Abbildung 1 dargestellt.

- Skizzieren Sie in der Abbildung 2 den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion P' .

Abbildung 1

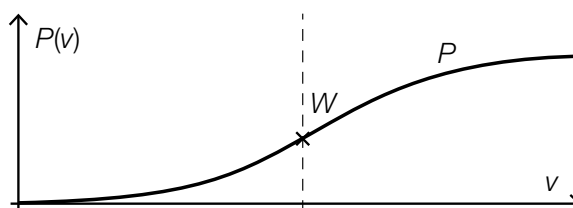
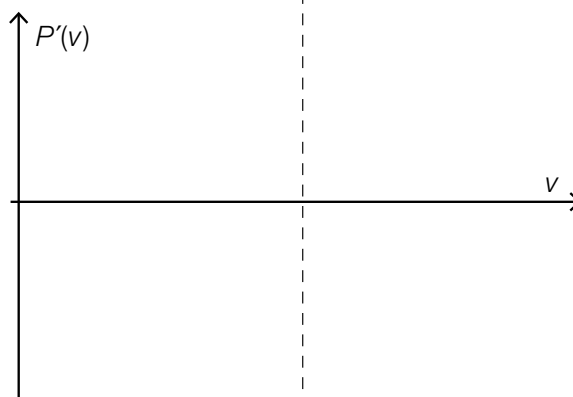


Abbildung 2



* ehemalige Klausuraufgabe

- c) Die tatsächliche Leistung eines bestimmten Windrads in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit v kann für Windgeschwindigkeiten von 5 m/s bis 10 m/s näherungsweise durch die Polynomfunktion P beschrieben werden.

$$P(v) = 0,0175 \cdot v^2 - 0,0796 \cdot v + 0,0391 \quad \text{mit } 5 \leq v \leq 10$$

v ... Windgeschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s)

$P(v)$... Leistung bei der Windgeschwindigkeit v in Megawatt (MW)

- Berechnen Sie, bei welcher Windgeschwindigkeit eine Leistung von 0,5 MW erzielt wird.
- Beschreiben Sie, was mit der folgenden Rechnung im gegebenen Sachzusammenhang ermittelt wird:

$$\frac{P(8) - P(7)}{P(7)}$$

Hinweis zur Aufgabe:

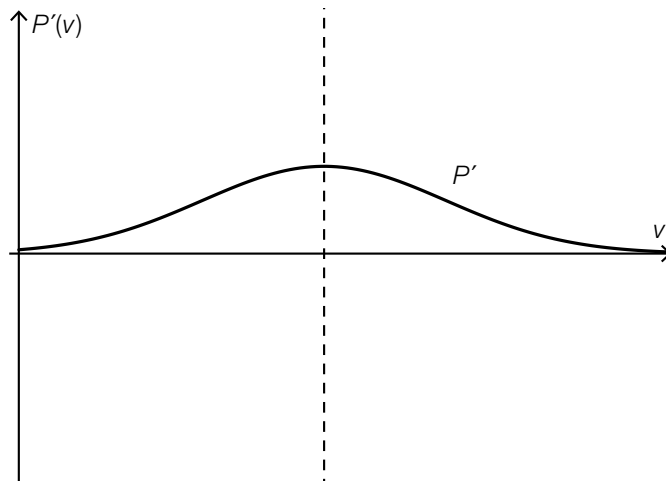
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \Rightarrow P_N = c \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ 0,85 &= 0,169 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ d &= 80,02... \end{aligned}$$

Der Durchmesser beträgt rund 80,0 m.

b) zum Beispiel:



$$\text{c) } 0,5 = 0,0175 \cdot v^2 - 0,0796 \cdot v + 0,0391$$

$$\begin{aligned} v_1 &= 7,887... \\ (v_2 &= -3,339...) \end{aligned}$$

Eine Leistung von 0,5 MW wird bei einer Windgeschwindigkeit von rund 7,89 m/s erzielt.

Es wird die relative Änderung der Leistung des Windrads bei einem Anstieg der Windgeschwindigkeit von 7 m/s auf 8 m/s ermittelt.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung des Durchmessers
- b) 1 × A1: für die richtige Darstellung (Wendestelle von P als Maximumstelle von P')
1 × A2: für die richtige Darstellung (Vorzeichen der Ableitungsfunktion $P'(P'(v) > 0)$ und Monotonieverhalten der Ableitungsfunktion P')
Das Krümmungsverhalten von P' ist für die Punktevergabe nicht relevant.
- c) 1 × B: für die richtige Berechnung der Windgeschwindigkeit
1 × C: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang