

Skatepark (2)*

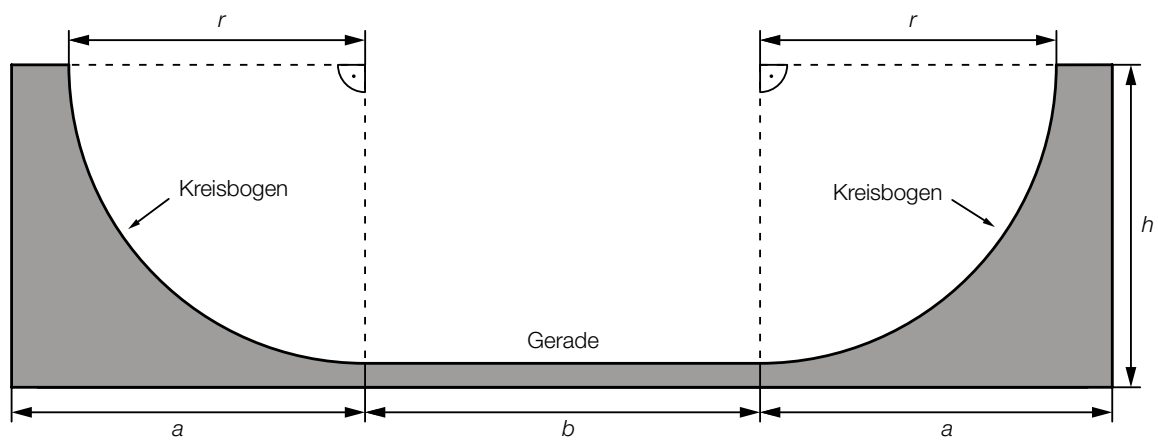
Aufgabennummer: A_246

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

a) Folgende Grafik zeigt den Entwurf einer Halfpipe im Querschnitt:



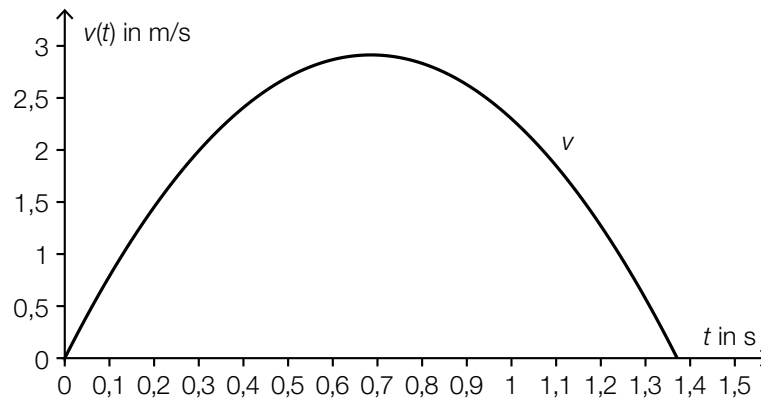
- Erstellen Sie eine Formel für die Berechnung des Flächeninhalts A der grauen Fläche (Querschnittsfläche) aus a , b , h und r .

$A =$ _____

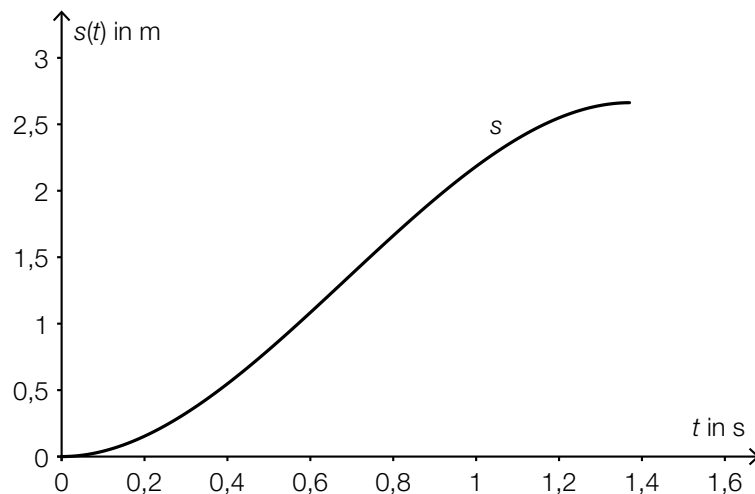
Die Halfpipe soll aus Beton gefertigt werden. Die Dichte von Beton wird häufig in den Einheiten Tonnen pro Kubikmeter (t/m^3) oder Gramm pro Kubikzentimeter (g/cm^3) angegeben.

- Zeigen Sie, dass sich bei der Umwandlung von t/m^3 in g/cm^3 die Maßzahl nicht verändert.

- b) Die Geschwindigkeit einer Skaterin in Abhängigkeit von der Zeit lässt sich näherungsweise mithilfe der Funktion v beschreiben. Der Graph dieser Funktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung denjenigen Weg, den die Skaterin zwischen $t = 0,5$ s und $t = 1$ s zurücklegt.
 - Beschreiben Sie die Bedeutung von $v'(0,3)$ im gegebenen Sachzusammenhang.
- c) Der zurückgelegte Weg eines Skaters in Abhängigkeit von der Zeit lässt sich näherungsweise mithilfe der Funktion s beschreiben. Der Graph dieser Funktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- Ermitteln Sie die mittlere Geschwindigkeit zwischen $t = 0,6$ s und $t = 1,2$ s.

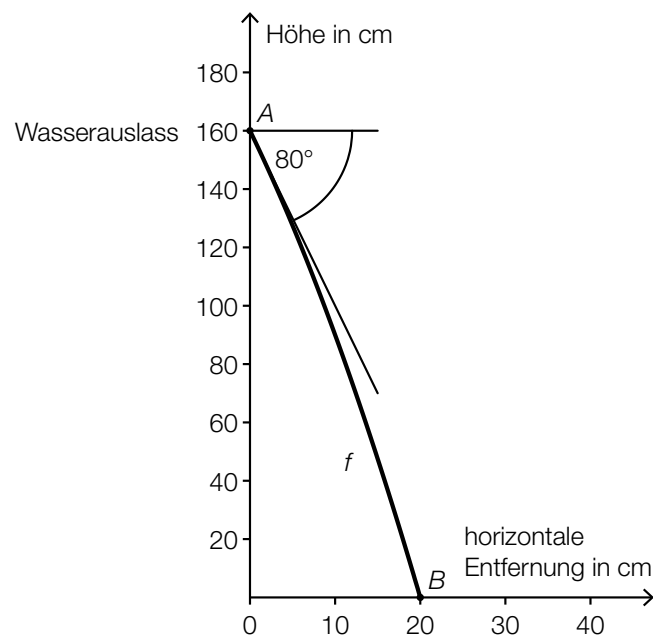
- d) Im Skatepark steht Trinkwasser zur Verfügung. An einer Wand ist ein Wasserauslass montiert, aus dem unter einem Tiefenwinkel von 80° ein Wasserstrahl austritt. Der Verlauf des Wasserstrahls kann näherungsweise durch den Graphen einer Funktion f dargestellt werden:

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

x ... horizontale Entfernung von der Wand in Zentimetern (cm)

$f(x)$... Höhe an der Stelle x in cm

Der Graph der Funktion f ist im nachstehenden Diagramm dargestellt.



- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten a , b und c der Funktion f ermittelt werden können. Verwenden Sie dabei die Punkte A und B sowie den angegebenen Winkel.

Hinweis zur Aufgabe:

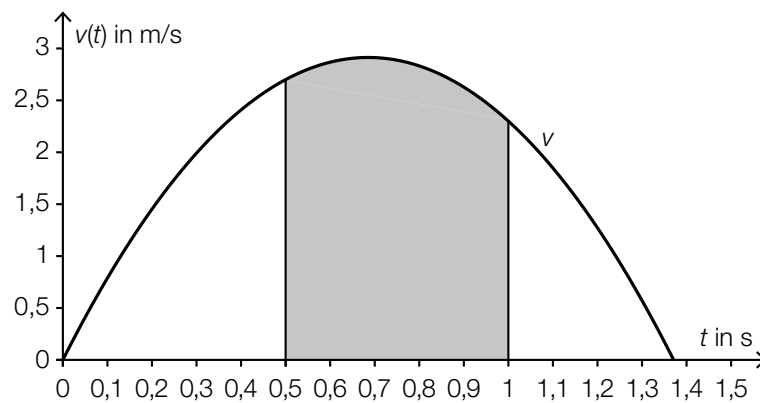
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $A = (2 \cdot a + b) \cdot h - b \cdot r - \frac{r^2 \cdot \pi}{2}$

$$1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = \frac{10^6 \text{ g}}{10^6 \text{ cm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

b)



$v'(0,3)$ ist die Beschleunigung der Skaterin zum Zeitpunkt $t = 0,3$ s.

c) $\bar{v} = \frac{1,5}{0,6} = 2,5$

Toleranzbereich für $\bar{v}$: $[2,1; 2,9]$

Die mittlere Geschwindigkeit beträgt rund 2,5 m/s.

d) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$$

$$f(0) = 160$$

$$c = 160$$

$$f(20) = 0$$

oder: $400 \cdot a + 20 \cdot b + c = 0$

$$f'(0) = \tan(-80^\circ)$$

$$b = \tan(-80^\circ)$$

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel
1 × D: für den richtigen Nachweis
- b) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen des Weges
1 × C: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang
- c) 1 × B: für das richtige Ermitteln der mittleren Geschwindigkeit im Toleranzbereich $[2,1; 2,9]$
- d) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte A und B
1 × A2: für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe des gegebenen Winkels