

Schmuckstücke

Ein Goldschmied fertigt kreisförmige Schmuckstücke an.

- a) 1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils das richtige Satzende aus A bis D zu.

Wird der Radius eines Kreises um 50 % vergrößert, ...		A	... so verdoppelt sich der Flächeninhalt.
Wird der Radius eines Kreises verdoppelt, ...		B	... so steigt der Flächeninhalt auf das 1,5-Fache an.
		C	... so vervierfacht sich der Flächeninhalt.
		D	... so steigt der Flächeninhalt auf das 2,25-Fache an.

- b) Die kreisrunde Designvorlage für einen Ohrring wird durch eine Trennlinie geteilt, die durch den Graphen einer Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben werden kann (siehe Abbildung 1).

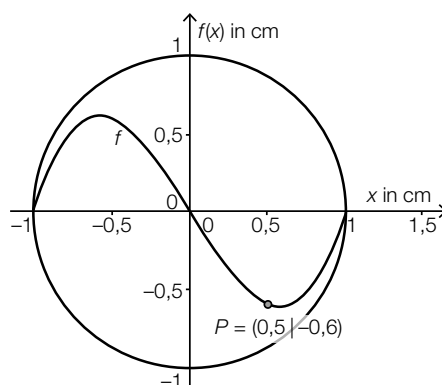


Abb. 1

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f .
- 2) Berechnen Sie diese Koeffizienten.

- c) Die kreisrunde Designvorlage für einen Armbandanhänger wird durch die in Abbildung 2 veranschaulichte Fläche zwischen den beiden Funktionsgraphen von g und h geteilt.

$$h(x) = \frac{8}{9} \cdot x^3 - \frac{8}{9} \cdot x$$

$$g(x) = a \cdot h(x) \text{ mit } a > 0$$

$x, g(x), h(x)$... Koordinaten in cm

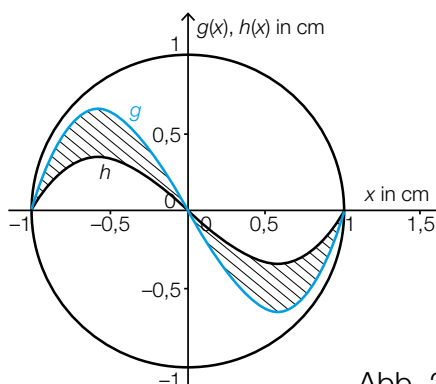
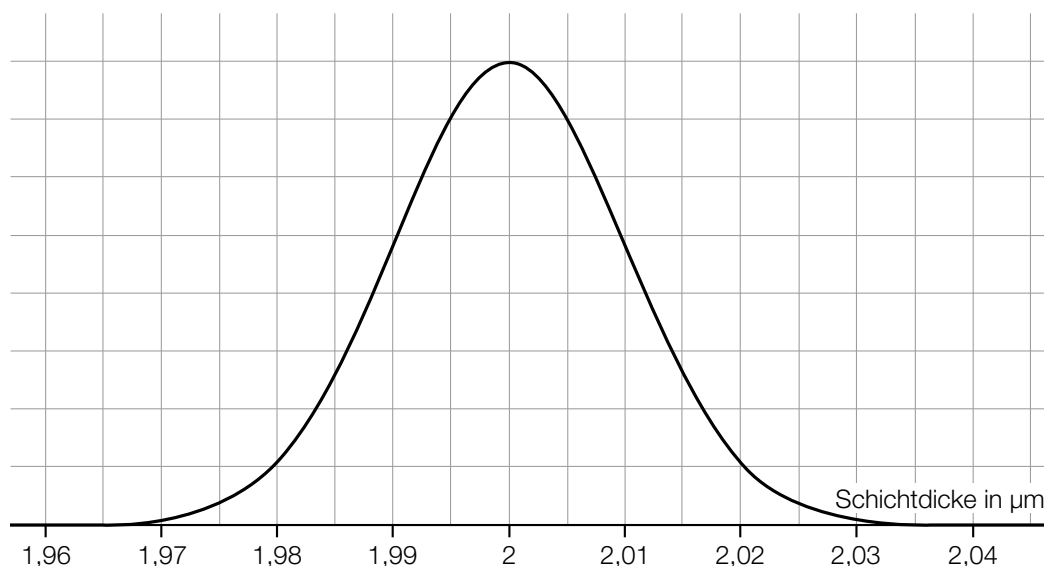


Abb. 2

- 1) Begründen Sie, warum gilt: $\int_{-1}^1 (g(x) - h(x)) dx = 0$
- 2) Bestimmen Sie den Faktor a so, dass der schraffierte Flächeninhalt $0,4 \text{ cm}^2$ beträgt.

- d) Die Schmuckstücke werden mit einer Goldschicht überzogen. Die Schichtdicke in Mikrometern (μm) aller produzierten Schmuckstücke ist annähernd normalverteilt. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



- 1) Lesen Sie den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ ab.
- 2) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass die Schichtdicke eines zufällig ausgewählten Schmuckstücks maximal $1,995 \mu\text{m}$ beträgt.

Möglicher Lösungsweg

a1)	Wird der Radius eines Kreises um 50 % vergrößert, ...	D	A	... so verdoppelt sich der Flächeninhalt.
	Wird der Radius eines Kreises verdoppelt, ...	C	B	... so steigt der Flächeninhalt auf das 1,5-Fache an.
			C	... so vervierfacht sich der Flächeninhalt.
			D	... so steigt der Flächeninhalt auf das 2,25-Fache an.

b1) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$$\begin{array}{ll}
 \text{I: } f(-1) = 0 & -a + b - c + d = 0 \\
 \text{II: } f(0) = 0 & d = 0 \\
 \text{III: } f(1) = 0 & \text{oder } a + b + c + d = 0 \\
 \text{IV: } f(0,5) = -0,6 & 0,125 \cdot a + 0,25 \cdot b + 0,5 \cdot c + d = -0,6
 \end{array}$$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
 $a = 1,6$, $b = 0$, $c = -1,6$, $d = 0$

c1) $\int_{-1}^1 (g(x) - h(x)) dx = 0$, da die Fläche rechts von der y-Achse genau der Fläche links von der y-Achse, jedoch mit negativem Vorzeichen entspricht.

c2) $\int_{-1}^0 \left(\frac{8 \cdot a \cdot x^3}{9} - \frac{8 \cdot a \cdot x}{9} - \frac{8 \cdot x^3}{9} + \frac{8}{9} \cdot x \right) dx = 0,2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
 $a = 1,9$

d1) $\mu = 2 \mu\text{m}$ (Extremstelle) und $\sigma = 0,01 \mu\text{m}$ (Entfernung Extremstelle – Wendestelle)
Toleranzbereich für σ : $[0,005 \mu\text{m}; 0,015 \mu\text{m}]$

d2)

