

Riesenpizza*

Aufgabennummer: A_238

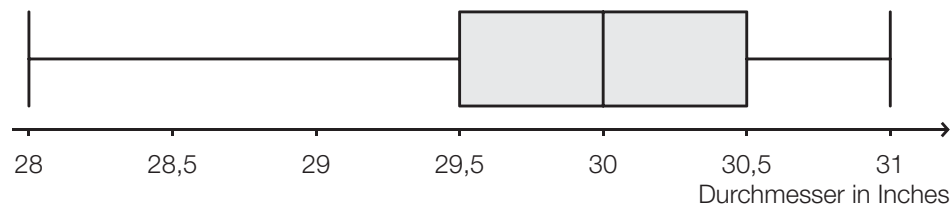
Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

In den USA wird die Größe einer Pizza durch ihren Durchmesser (in Inches) angegeben. Im Folgenden werden Pizzen immer als kreisrund angenommen.

- a) Bei 30-Inch-Pizzen verschiedener Lieferanten wurde der tatsächliche Durchmesser bestimmt. Die Messergebnisse sind im folgenden Boxplot zusammengefasst:



– Lesen Sie die Spannweite ab.

- b) – Zeigen Sie allgemein, dass der Flächeninhalt einer (kreisrunden) Pizza vervierfacht wird, wenn ihr Durchmesser verdoppelt wird.

* ehemalige Klausuraufgabe (adaptiert)

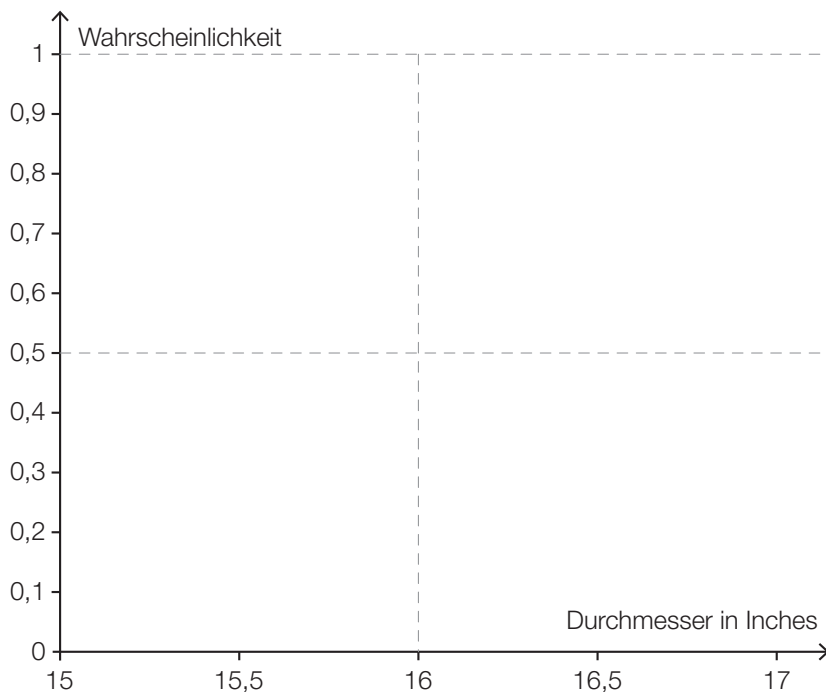
- c) Für eine bestimmte Pizzasorte wird der Preis pro Flächeneinheit in Abhängigkeit vom Durchmesser modellhaft durch folgende quadratische Funktion P beschrieben:

$$P(d) = 0,0003 \cdot d^2 - 0,015 \cdot d + 0,2619 \quad \text{mit } 8 \leq d \leq 30$$

d ... Durchmesser der Pizza in Inches

$P(d)$... Preis pro Flächeneinheit einer Pizza mit Durchmesser d in US-Dollar

- Ermitteln Sie, für welchen Durchmesser der Preis pro Flächeneinheit am geringsten ist.
 - Berechnen Sie, wie viel diese Pizza kostet.
- d) Die Durchmesser von 16-Inch-Pizzen eines bestimmten Lieferanten sind annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert $\mu = 16$ Inch und einer Standardabweichung $\sigma = 0,3$ Inch.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Pizza einen Durchmesser von mindestens 16,2 Inch hat.
 - Skizzieren Sie den Graphen der Verteilungsfunktion dieser Normalverteilung in der nachstehenden Abbildung.



Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Spannweite: 3 Inch

b) Flächeninhalt eines Kreises mit Durchmesser d : $A_d = \frac{d^2}{4} \cdot \pi$

Flächeninhalt eines Kreises mit Durchmesser $2d$: $A_{2d} = \frac{4d^2}{4} \cdot \pi = d^2 \cdot \pi = 4 \cdot A_d$

Ein Nachweis mit konkreten Zahlenwerten für die Durchmesser ist nicht ausreichend.

c) $P'(d) = 0,0006 \cdot d - 0,015$

$P'(d) = 0 \Rightarrow d = 25$

Die Pizza mit dem geringsten Preis pro Flächeneinheit hat einen Durchmesser von 25 Inch.

$P(25) = 0,0744$

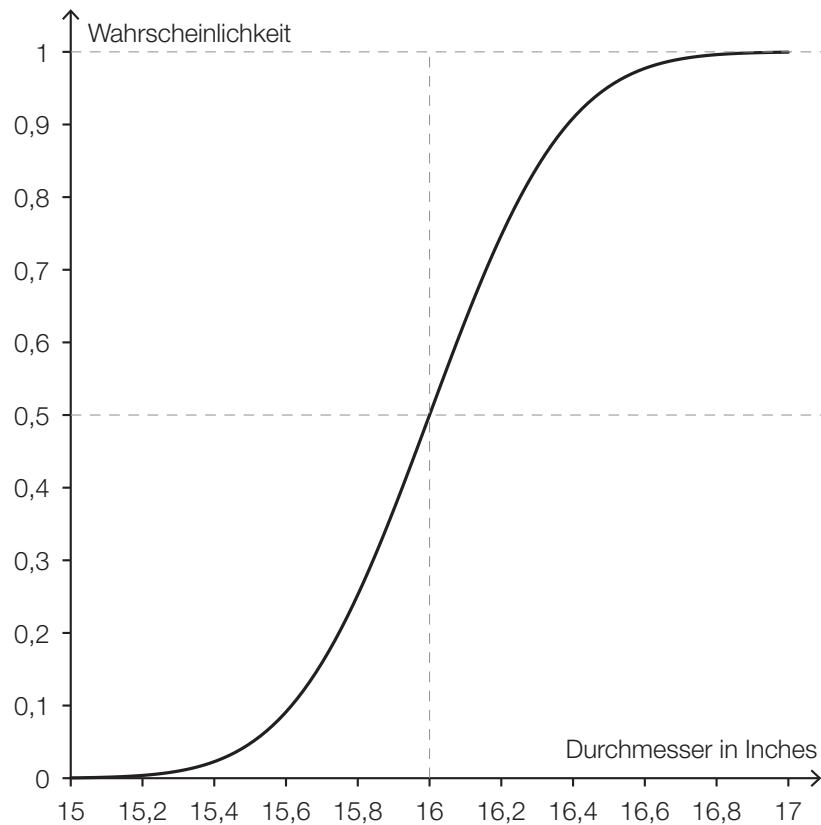
$P(25) \cdot \left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \pi = 36,521\dots$

Gemäß diesem Modell kostet diese Pizza 36,52 US-Dollar.

d) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X \geq 16,2) = 0,2524 \dots$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Pizza einen Durchmesser von mindestens 16,2 Inch hat, beträgt rund 25,2 %.



Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Ablesen der Spannweite
- b) 1 × D: für den richtigen allgemeinen Nachweis (Ein Nachweis mit konkreten Zahlenwerten für die Durchmesser ist nicht ausreichend.)
- c) 1 × B1: für die richtige Bestimmung der Extremstelle (Der Nachweis, dass es sich bei der Extremstelle um eine Minimumstelle handelt, ist nicht erforderlich.)
1 × B2: für die richtige Berechnung des Preises der Pizza
- d) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
1 × A: für das richtige Skizzieren des Graphen der Verteilungsfunktion (charakteristischer Funktionsverlauf und Funktionswert an der Stelle μ richtig eingezeichnet)