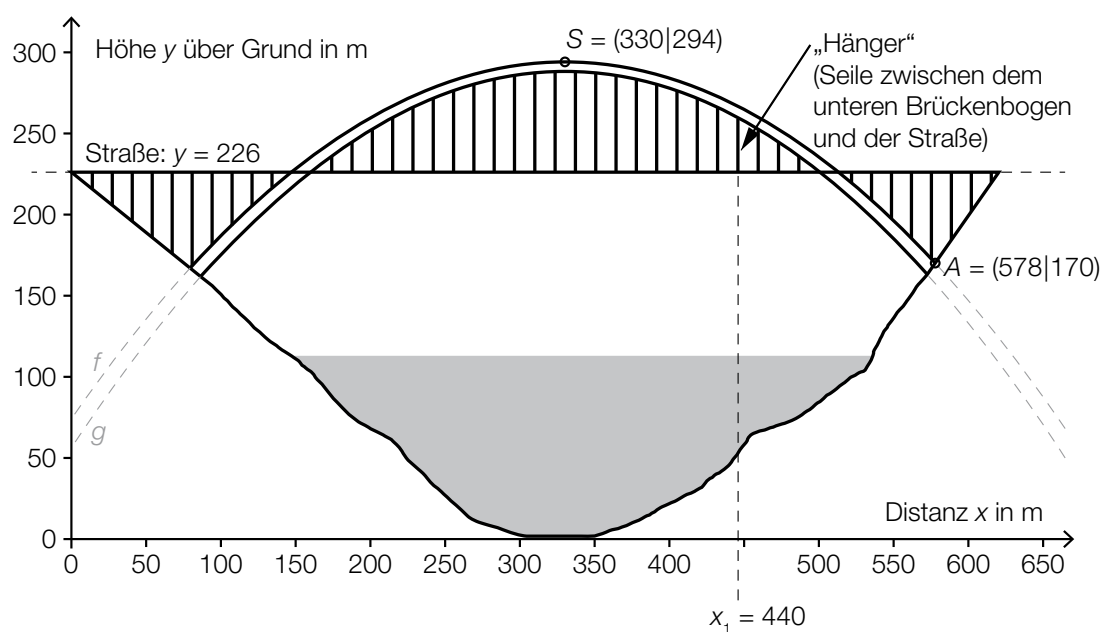


Wushan-Brücke

Die Wushan-Brücke über den Jangtsekiang ist eine der größten Bogenbrücken der Welt.



Die obige Abbildung stellt modellhaft die Wushan-Brücke dar. Der obere und der untere Brückenbogen werden durch die Graphen der quadratischen Funktionen f und g dargestellt. Der Punkt S ist der Scheitelpunkt der Funktion f .

- a) 1) Stellen Sie mithilfe der Punkte A und S eine Gleichung der Funktion f auf.

- b) Die Gleichung derjenigen Parabel, die den unteren Brückenbogen beschreibt, lautet:

$$g(x) = -\frac{1}{470} \cdot (x - 330)^2 + 288 \quad \text{mit} \quad 86 \leq x \leq 574$$

- 1) Berechnen Sie die Länge des „Hängers“ an der Stelle $x_1 = 440$ m.

- c) Wirft man einen Stein mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $v_0 = 5$ m/s von der Brücke senkrecht nach unten, so kann man, wenn der Luftwiderstand vernachlässigt wird, die Höhe des Steins über Grund näherungsweise folgendermaßen berechnen:

$$h(t) = 226 - \frac{g}{2} \cdot t^2 - 5 \cdot t$$

t ... Zeit in s

$h(t)$... Höhe des Steins über Grund zur Zeit t in m

g ... Erdbeschleunigung ($g \approx 9,81$ m/s²)

- 1) Berechnen Sie die Zeit t_a , die der Stein bis zum Aufprall auf die Wasseroberfläche benötigt, wenn der Wasserstand 113 m über Grund beträgt.
- 2) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion v für die Geschwindigkeit des Steins in Abhängigkeit von der Zeit t auf.

Möglicher Lösungsweg

a1) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
 $f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

$$f(330) = 294 \Rightarrow 330^2 \cdot a + 330 \cdot b + c = 294$$

$$f(578) = 170 \Rightarrow 578^2 \cdot a + 578 \cdot b + c = 170$$

$$f'(330) = 0 \Rightarrow 660 \cdot a + b = 0$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$a = -\frac{1}{496} = -0,0020\dots, b = \frac{165}{124} = 1,3306\dots, c = \frac{9231}{124} = 74,4435\dots$$

$$f(x) = -\frac{1}{496} \cdot x^2 + \frac{165}{124} \cdot x + \frac{9231}{124}$$

b1) $g(440) - 226 = 36,25\dots$

Die Länge des „Hängers“ beträgt rund 36,3 m.

c1) $113 = 226 - \frac{g}{2} \cdot t^2 - 5 \cdot t$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $t_a = 4,317\dots$ (oder $t_a = -5,336\dots$)

Der Stein benötigt bis zum Aufprall auf die Wasseroberfläche rund 4,32 s.

c2) $v(t) = |h'(t)|$
 $v(t) = g \cdot t + 5$

$v(t)$... Geschwindigkeit des Steins zur Zeit t in m/s

(Eine Angabe der Geschwindigkeit mit negativem Vorzeichen, also $v(t) = -g \cdot t - 5$, ist ebenfalls möglich.)