

Zimt

Aufgabennummer: A_164

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Zimt ist eines der ältesten bekannten Gewürze und wird aus der getrockneten Rinde von Zimtbäumen gewonnen.

- a) Zimt gibt Feuchtigkeit ab. Werden die Zimtstangen in geschlossenen Containern transportiert, so steigt der Feuchtigkeitsgehalt im Behälter, was zu einer Beeinträchtigung der Qualität führen kann. Die in einem bestimmten Container gemessene relative Luftfeuchtigkeit kann näherungsweise durch die Funktion f beschrieben werden:

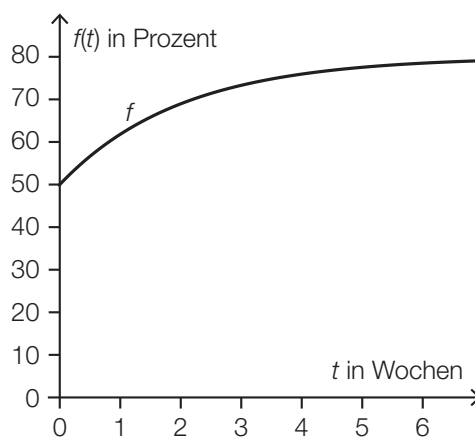
$$f(t) = 30 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right) + b$$

t ... Zeit nach Verschluss des Containers in Wochen

$f(t)$... relative Luftfeuchtigkeit zur Zeit t in Prozent

b ... Parameter (in Prozent)

- Ermitteln Sie unter Verwendung des nachstehend abgebildeten Graphen der Funktion f den Parameter b .



- Beschreiben Sie die Bedeutung des Parameters b im gegebenen Sachzusammenhang.

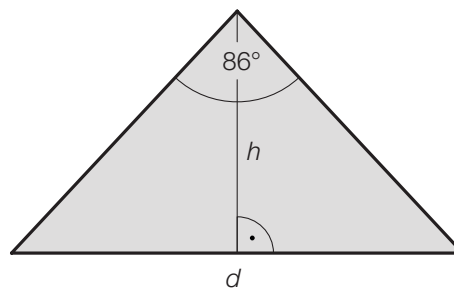
- b) Zimt wird in speziellen Mühlen zur gewünschten Korngröße vermahlen. Die Durchmesser der Körner nach dem Mahlvorgang sind annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 175 \mu\text{m}$ und der Standardabweichung $\sigma = 35 \mu\text{m}$.

– Ermitteln Sie, wie viel Prozent aller Körner einen Durchmesser zwischen $100 \mu\text{m}$ und $250 \mu\text{m}$ haben.

Durch einen Verarbeitungsfehler hat sich der Erwartungswert der Durchmesser (bei gleichbleibender Standardabweichung) auf den Wert $\mu_1 = 180 \mu\text{m}$ verschoben.

– Erläutern Sie anhand einer geeigneten Skizze der Gauß'schen Glockenkurve, ob der Prozentsatz der Körner mit einem Durchmesser zwischen $100 \mu\text{m}$ und $250 \mu\text{m}$ dadurch kleiner wird, größer wird oder gleich bleibt.

- c) Für die Qualitätsprüfung „rinnt“ das gemahlene Gewürz aus einer Abfüllanlage und bildet einen Schüttkegel. Das Zimtpulver bildet dabei annähernd einen Drehkegel mit einem Öffnungswinkel von 86° (siehe nachstehende Abbildung).



– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Höhe h aus dem Durchmesser d des Grundkreises.

$h =$ _____

- d) Das Zimtpulver wird in einer Anlage automatisch in Säckchen verpackt. Aus Erfahrung weiß man, dass 2 % der Säckchen nicht korrekt verschlossen sind. Eine Zufallsstichprobe von 50 Säckchen wird kontrolliert.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem folgenden Ausdruck berechnet wird:

$$P(E) = 0,98^{50} + 50 \cdot 0,02 \cdot 0,98^{49} + \binom{50}{2} \cdot 0,02^2 \cdot 0,98^{48}$$

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) An der Stelle $t = 0$ kann man ablesen: $b = 50$

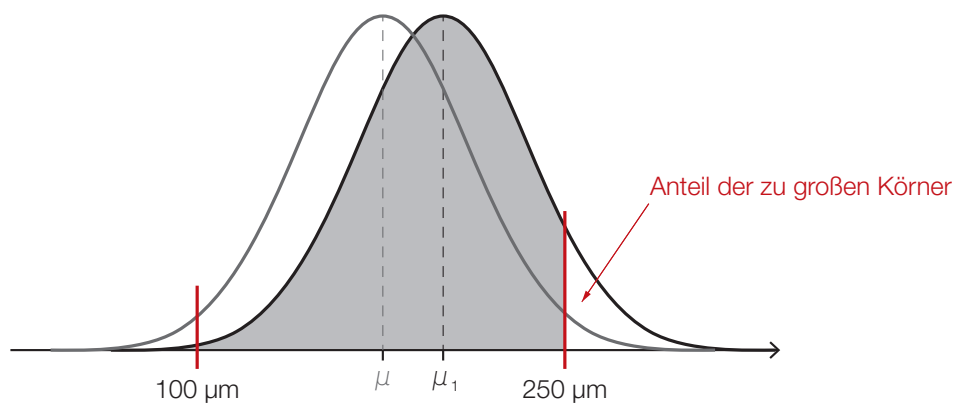
Der Wert des Parameters b entspricht der relativen Luftfeuchtigkeit beim Verschließen des Containers in Prozent.

- b) X ... Durchmesser in μm

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(100 < X < 250) = 0,967... \approx 97 \%$$

Der Prozentsatz der Körner mit einem Durchmesser zwischen $100 \mu\text{m}$ und $250 \mu\text{m}$ sinkt. Begründung: Die Glockenkurve ist nun so verschoben, dass der zulässige Bereich nicht mehr symmetrisch um den Erwartungswert liegt. Dadurch steigt der Anteil der zu großen Körner stärker, als der Anteil der zu kleinen Körner sinkt.



c)
$$h = \frac{d}{2 \cdot \tan(43^\circ)}$$

- d) E ... in der Stichprobe befinden sich 0, 1 oder 2 Säckchen, die nicht korrekt verschlossen sind

Klassifikation

☒ Teil A

☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 5 Stochastik
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) —
- d) —

Schwierigkeitsgrad:

Punkteanzahl:

- | | |
|-----------|------|
| a) leicht | a) 2 |
| b) mittel | b) 2 |
| c) mittel | c) 1 |
| d) mittel | d) 1 |

Thema: Sonstiges

Quellen: <http://www.prozesstechnik-online.de/widget/food/-/article/31534493/37266314/Gewuerze-mundgerecht-mahlen/>
<http://www.tis-gdv.de/tis/ware/gewuerze/zimt/zimt.htm>