

Natur in Zahlen

Aufgabennummer: A_136

Technologieeinsatz:

möglich ☐

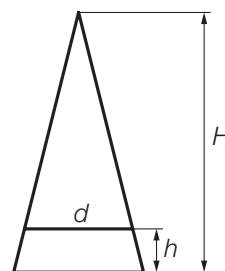
erforderlich ☒

- a) Bestimmte Tropfsteine wachsen mit einer Geschwindigkeit von etwa 0,8 mm pro Jahr. In Mexiko gibt es eine Höhle mit Riesenkristallen, die Schätzungen zufolge mit einer Geschwindigkeit von $1,4 \cdot 10^{-5}$ nm pro Sekunde gewachsen sind. Jemand behauptet, dass die Tropfsteine um mehr als 1 500-mal schneller wachsen als die Riesenkristalle.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung zutrifft.

- b) Das Volumen eines Baumstamms kann mithilfe der folgenden Methode abgeschätzt werden:

Vereinfacht wird der Stamm als Drehkegel betrachtet. Man ermittelt die Höhe H des Stamms und misst außerdem den Stammdurchmesser d in der Höhe h über dem Boden (siehe nebenstehende Skizze). Aus diesen 3 Größen kann das Volumen V des Drehkegels berechnet werden.



– Stellen Sie mithilfe von d , h und H eine Formel für V auf.

$V =$ _____

Der *General Sherman Tree* ist – bezogen auf den Stamm – der volumenmäßig größte lebende Baum der Erde. Der Stamm ist 83,8 m hoch und hat in 1,37 m Höhe einen Durchmesser von 7,7 m.

– Schätzen Sie mithilfe der oben beschriebenen Methode das Volumen dieses Stamms.

- c) Erdmännchen sind Raubtiere, die im südlichen Afrika leben. Es wird angenommen: In freier Wildbahn beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Jungtier überlebt, unabhängig voneinander 25 %.

In einer Erdmännchen-Kolonie werden 20 Jungtiere geboren.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 30 % davon überleben.

Ein Erdmännchen-Weibchen bringt 3 Jungtiere zur Welt.

- Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils das passende Ereignis aus A bis D zu. [2 zu 4]

$P(E) = 0,25^3$	
$P(E) = 1 - 0,25^3$	

A	$E = \text{„alle 3 Jungtiere überleben“}$
B	$E = \text{„keines der Jungtiere überlebt“}$
C	$E = \text{„mindestens 1 Jungtier überlebt“}$
D	$E = \text{„mindestens 1 Jungtier überlebt nicht“}$

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

$$\begin{aligned} \text{a) } 1,4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{nm}}{\text{s}} &= 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 1,4 \cdot 10^{-11} \frac{\text{mm}}{\text{Jahr}} = 44\,150\,400 \cdot 10^{-11} \frac{\text{mm}}{\text{Jahr}} \\ &= 4,41504 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mm}}{\text{Jahr}} \\ \frac{0,8}{4,41504 \cdot 10^{-4}} &= 1\,811,9... \end{aligned}$$

Die Tropfsteine wachsen 1 812-mal schneller als die Riesenkristalle. Die Behauptung ist daher zutreffend.

b) r ... Radius des Drehkegels am Boden

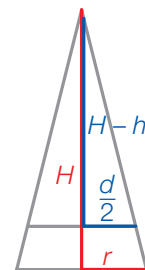
Anwendung des Strahlensatzes: $\frac{r}{H} = \frac{\frac{d}{2}}{H-h} \Rightarrow r = \frac{d \cdot H}{2 \cdot (H-h)}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d \cdot H}{2 \cdot (H-h)} \right)^2 \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{7,7 \cdot 83,8}{2 \cdot (83,8 - 1,37)} \right)^2 \cdot 83,8 = 1\,344,3...$$

Das Volumen des Stamms beträgt etwa 1 344 m³.



c) X ... Anzahl der überlebenden Jungtiere

Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = 0,25$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $P(X \geq 6) = 0,3828...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 38,3 %.

$P(E) = 0,25^3$	A
$P(E) = 1 - 0,25^3$	D

A	$E = \text{„alle 3 Jungtiere überleben“}$
B	$E = \text{„keines der Jungtiere überlebt“}$
C	$E = \text{„mindestens 1 Jungtier überlebt“}$
D	$E = \text{„mindestens 1 Jungtier überlebt nicht“}$

Klassifikation

☒ Teil A

☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 1 Zahlen und Maße
- c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) 1 Zahlen und Maße
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

Punkteanzahl:

- | | |
|-----------|------|
| a) mittel | a) 1 |
| b) schwer | b) 2 |
| c) mittel | c) 2 |

Thema: Biologie

Quellen: <http://www.zamg.ac.at/>

<http://www.spektrum.de/news/mexikanische-riesenkristalle-sind-extremisten/1123070>

[https://en.wikipedia.org/wiki/General_Sherman_\(tree\)](https://en.wikipedia.org/wiki/General_Sherman_(tree))

https://www.tierparkstadthaag.at/de/tierpark_tiere/erdmaennchen/