

Erwärmung von Substanzen

Aufgabennummer: A_096

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Eine Substanz wird aus dem Kühlschrank (Temperatur T_1) genommen und in einen Raum mit der Umgebungstemperatur T_2 gebracht. Der zeitliche Verlauf der Temperatur dieser Substanz kann näherungsweise durch die Funktion T beschrieben werden:

$$T(t) = T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0,94^t \text{ mit } T_2 > T_1$$

t ... Zeit seit der Entnahme aus dem Kühlschrank in min

$T(t)$... Temperatur zur Zeit t in °C

- a) – Ordnen Sie den beiden Ausdrücken jeweils die zutreffenden Eigenschaften aus A bis D zu. [2 zu 4]

$(T_2 - T_1) \cdot 0,94^t$	
$T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0,94^t$	

A	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer größer. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert T_2 . Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.
B	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer kleiner. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert 0. Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl T_1 .
C	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer größer. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert T_1 . Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl T_2 .
D	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer kleiner. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert $T_2 - T_1$. Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.

b) In der folgenden Berechnung wurde ein Fehler gemacht:

$$T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0,94^t = T_2 - T_2 + T_1 \cdot 0,94^t = T_1 \cdot 0,94^t$$

– Erklären Sie, welcher Fehler gemacht wurde.

c) Die Substanz muss bei einer Temperatur von 13 °C weiterverarbeitet werden.

– Berechnen Sie, wie lange es dauert, bis die Substanz nach Entnahme aus dem Kühlschrank diese Temperatur erreicht hat, wenn $T_1 = 6$ °C und $T_2 = 24$ °C beträgt.

d) Die Funktion T kann auch in der folgenden Form angegeben werden:

$$T(t) = T_2 - (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

– Berechnen Sie λ .

– Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der die 1. Ableitung von T richtig angibt. [1 aus 5]

$T'(t) = \lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	☐
$T'(t) = -\lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	☐
$T'(t) = -(T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	☐
$T'(t) = -\lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t - 1}$	☐
$T'(t) = \lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t - 1}$	☐

– Interpretieren Sie die Bedeutung des Ausdrucks $T'(5)$ im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

e) Ergänzen Sie die fehlende Zahl in der nachstehenden Funktionsgleichung so, dass die Funktion T_{neu} einen Erwärmungsvorgang beschreibt, der langsamer verläuft als der durch die Funktion T beschriebene.

$$T_{\text{neu}}(t) = T_2 - (T_2 - T_1) \cdot \boxed{}^t$$

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a)

$(T_2 - T_1) \cdot 0,94^t$	D
$T_2 - (T_2 - T_1) \cdot 0,94^t$	C

A	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer größer. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert T_2 . Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.
B	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer kleiner. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert 0. Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl T_1 .
C	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer größer. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert T_1 . Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl T_2 .
D	Der Ausdruck ist für alle $t \in \mathbb{R}^+$ positiv. Der Ausdruck wird mit zunehmender Zeit t immer kleiner. Für $t = 0$ hat der Ausdruck den Wert $T_2 - T_1$. Für $t \rightarrow \infty$ nähert sich der Ausdruck der Zahl 0.

b) Die Regel „Punkt vor Strich“ wurde nicht beachtet. Das Weglassen der Klammer im ersten Umformungsschritt ist nicht zulässig.

c) $T(t) = 24 - 18 \cdot 0,94^t$

$$24 - 18 \cdot 0,94^t = 13 \Rightarrow t = 7,9\dots$$

Nach rund 8 Minuten hat sich die Substanz auf 13 °C erwärmt.

d) $e^{-\lambda \cdot t} = 0,94^t \Rightarrow e^{-\lambda} = 0,94 \Rightarrow \lambda = -\ln(0,94) = 0,0618\dots$

$T'(t) = \lambda \cdot (T_2 - T_1) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	☒

$T'(5)$ ist die momentane Änderungsrate der Temperatur (in °C/min) 5 Minuten nach der Entnahme der Substanz aus dem Kühlschrank.

e) Jede Zahl aus dem Intervall $]0,94; 1[$ ist richtig.

Klassifikation

☒ Teil A☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) 4 Analysis
- e) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) —
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 2 Algebra und Geometrie
- e) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) C Interpretieren und Dokumentieren
- e) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —
- d) B Operieren und Technologieeinsatz
- e) —

Schwierigkeitsgrad:

Punkteanzahl:

- | | |
|-----------|------|
| a) mittel | a) 1 |
| b) leicht | b) 1 |
| c) leicht | c) 1 |
| d) mittel | d) 3 |
| e) mittel | e) 1 |

Thema: Sonstiges

Quellen: —