

Wassergläser

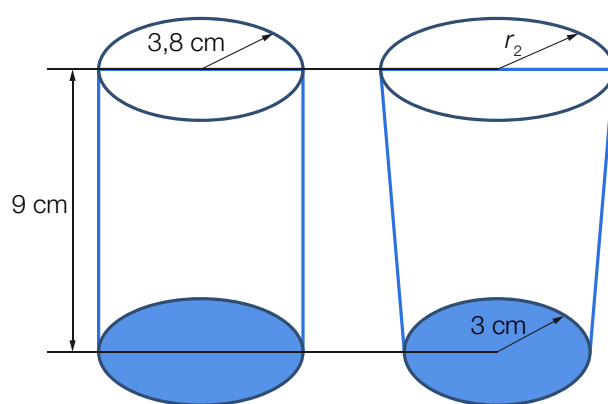
Aufgabennummer: A_084

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

In der nachstehenden Skizze sind die inneren Formen von zwei verschiedenen Wassergläsern mit gleicher Höhe und gleichem Volumen abgebildet.



Wasserglas 1

Wasserglas 2

$$V_1 = 3,8^2 \cdot 9 \cdot \pi \quad V_2 = 3 \cdot \pi \cdot (r_2^2 + 3 \cdot r_2 + 9)$$

$V_1, V_2 \dots$ Volumen des Wasserglases 1 bzw. 2 in cm^3

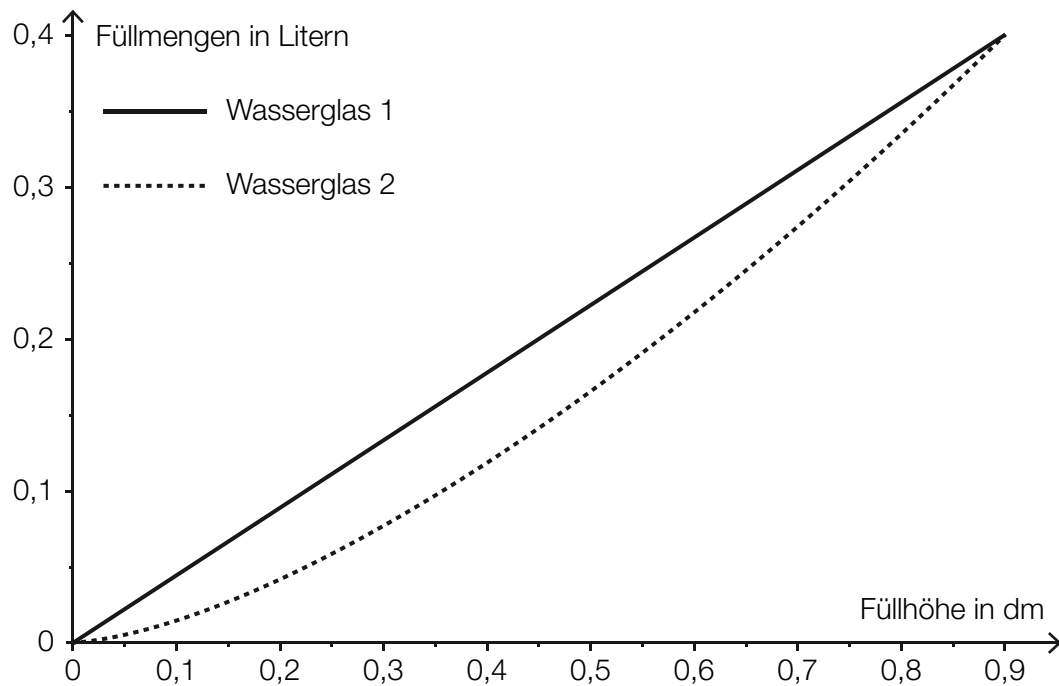
- a) Das Wasserglas 1 wird durch einen konstanten Zufluss von 40 Millilitern pro Sekunde (ml/s) gefüllt.

Die Funktion h beschreibt die Flüssigkeitshöhe (in cm) in Abhängigkeit von der Füllzeit (in s).

- Stellen Sie eine Gleichung der Funktion h auf.
- Bestimmen Sie die in diesem Sachzusammenhang größtmögliche Definitionsmenge dieser Funktion.

- b) – Berechnen Sie den Radius r_2 von Wasserglas 2.

- c) In der nachstehenden Grafik ist für jedes der beiden Wassergläser die Füllmenge in Abhängigkeit von der Füllhöhe dargestellt.



- Begründen Sie, warum der durchgezogene Funktionsgraph dem Wasserglas 1 zugeordnet werden kann.
- Bestimmen Sie die Füllmengendifferenz von Wasserglas 1 und Wasserglas 2 bei einer Füllhöhe von 0,3 dm.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Füllmenge pro Sekunde: $40 \text{ ml} = 40 \text{ cm}^3$

$$\pi \cdot 3,8^2 \cdot h = 40 \Rightarrow h = \frac{40}{\pi \cdot 3,8^2}$$

t ... Zeit in s

$h(t)$... Füllhöhe zur Zeit t in cm

$$h(t) = \frac{40}{\pi \cdot 3,8^2} \cdot t$$

$$h(t) = 0,8817... \cdot t$$

maximale Höhe = 9 cm

maximale Füllzeit:

$$9 = 0,8817 \cdot t$$

$$t = 10,2...$$

Definitionsbereich: $0 \leq t \leq 10,2...$

- b) Wasserglas 1 und Wasserglas 2 haben gleiche Volumina:

$$V_{\text{Wasserglas 1}} = V_{\text{Wasserglas 2}}$$

$$3,8^2 \cdot 9 \cdot \pi = 3 \cdot \pi \cdot (r_2^2 + 3 \cdot r_2 + 9) \Rightarrow r_2 = 4,547... \quad (\text{oder } r_2 = -7,547...)$$

$$r_2 \approx 4,55 \text{ cm}$$

- c) Das Wasserglas 1 hat die Form eines Drehzylinders.

Volumen eines Drehzylinders in Abhängigkeit von der Höhe: $V(h) = r^2 \cdot \pi \cdot h$

Der funktionale Zusammenhang zwischen der Füllmenge und der Füllhöhe ist linear mit dem Ordinatenabschnitt 0 und der Steigung $r^2 \cdot \pi$. Der durchgezogene Funktionsgraph hat genau diese Eigenschaften.

Füllmengendifferenz:

Füllmenge Wasserglas 1: 0,13 L

Füllmenge Wasserglas 2: 0,075 L

Toleranzbereich beim Ablesen: $\pm 0,02 \text{ L}$

$$0,13 - 0,075 = 0,055$$

Füllmengendifferenz: 0,055 L

Klassifikation

☒ Teil A

☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) schwer
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 1
- c) 2

Thema: Alltag

Quellen: —