

Gewitter*

Aufgabennummer: A_071

Technologieeinsatz:

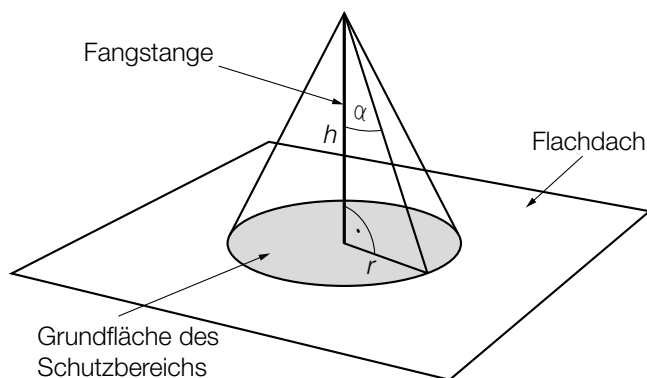
möglich ☒

erforderlich ☐

- a) In drei verschiedenen Städten – A, B und C – werden am Nachmittag laut Wetterprognose unabhängig voneinander mit folgenden Wahrscheinlichkeiten Gewitter auftreten:

Stadt	A	B	C
Wahrscheinlichkeit für ein Gewitter	50 %	80 %	80 %

- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in mindestens einer der drei Städte kein Gewitter auftreten wird.
- b) Um Gebäude vor Blitzeinschlägen zu schützen, werden Blitzableiter verwendet. Dabei wird eine Metallstange, die sogenannte *Fangstange*, auf dem Gebäude senkrecht montiert. Der höchste Punkt einer solchen Fangstange kann als Spitze eines drehkegelförmigen Schutzbereichs angesehen werden. Alle Objekte, die sich vollständig innerhalb dieses Schutzbereichs befinden, sind vor direkten Blitzeinschlägen geschützt.



h ... Höhe der Fangstange
 α ... Schutzwinkel
 r ... Radius der Grundfläche des Schutzbereichs

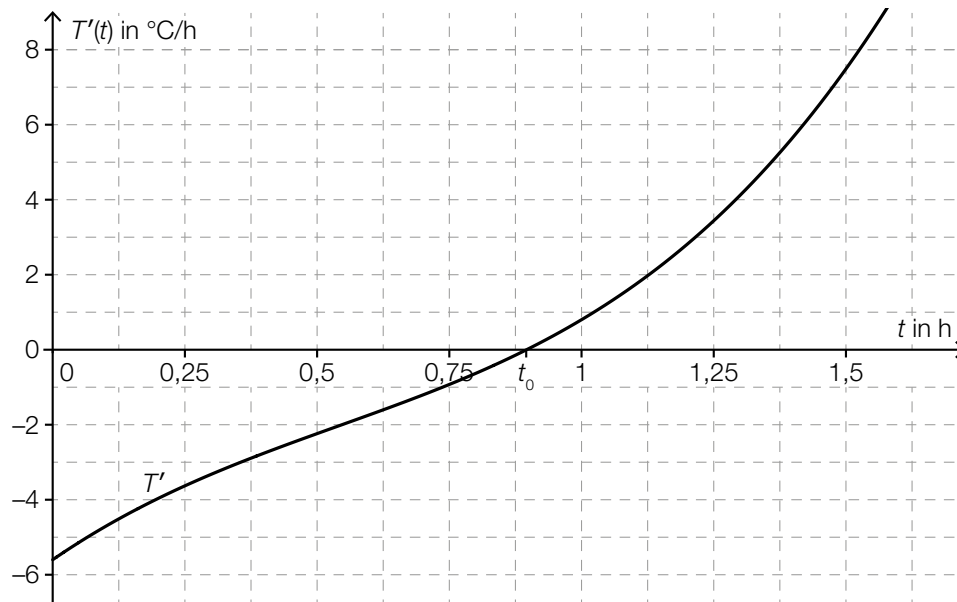
- 1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Radius r aus α und h .

$r =$ _____

Auf einem Flachdach ist eine 2 m hohe Fangstange senkrecht montiert. 3 m vom Fußpunkt der Fangstange entfernt steht eine 1,2 m hohe Antenne senkrecht auf dem Flachdach. Der Schutzwinkel beträgt 77° .

- 2) Überprüfen Sie nachweislich, ob sich diese Antenne vollständig innerhalb des Schutzbereichs befindet.

- c) Während eines Nachmittags, an dem es ein Gewitter gab, wurde die Veränderung der Temperatur ermittelt. Die Funktion T' beschreibt die momentane Änderungsrate der Temperatur in Abhängigkeit von der Zeit t (siehe nachstehende Abbildung).



t ... Zeit seit Beginn der Messung in h

$T'(t)$... momentane Änderungsrate der Temperatur zur Zeit t in °C/h

Die Funktion T' hat an der Stelle t_0 eine Nullstelle (siehe obige Abbildung).

- 1) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Maximumstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Minimumstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Nullstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Wendestelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine positive Steigung.	☐

Die absolute Temperaturänderung in einem Zeitintervall $[t_1; t_2]$ kann durch das Integral $\int_{t_1}^{t_2} T'(t) dt$ berechnet werden.

- 2) Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung näherungsweise die absolute Temperaturänderung im Zeitintervall $[1,25; 1,5]$.

Möglicher Lösungsweg

a1) $1 - 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,68$

Die Wahrscheinlichkeit, dass in mindestens einer der drei Städte kein Gewitter auftritt, beträgt 68 %.

b1) $r = h \cdot \tan(\alpha)$

b2) $\frac{3}{\tan(77^\circ)} = 0,69\dots$

$2 - 0,69\dots = 1,30\dots$

In einer Entfernung von 3 m von der Fangstange hat der Schutzbereich eine Höhe von rund 1,3 m.

Die 1,2 m hohe Antenne befindet sich daher zur Gänze im Schutzbereich.

Auch eine Überprüfung mithilfe einer exakten Zeichnung ist als richtig zu werten.

c1)

Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Minimumstelle.	☒

c2) Die dem Integral $\int_{1,25}^{1,5} T'(t) dt$ entsprechende Fläche wird von rund 10,5 Kästchen mit einem Flächeninhalt von jeweils 0,125 überdeckt.

Gesamtflächeninhalt: $10,5 \cdot 0,125 \approx 1,3$

Die absolute Temperaturänderung im Zeitintervall $[1,25; 1,5]$ beträgt rund 1,3 °C.

Toleranzbereich: $[1,2 \text{ °C}; 1,45 \text{ °C}]$

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
- b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung des Radius r
- b2) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung
- c1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen
- c2) 1 × B: für das richtige näherungsweise Bestimmen der absoluten Temperaturänderung
(Toleranzbereich: [1,2 °C; 1,45 °C])