

Pelletsheizung*

Aufgabennummer: A_068

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Pellets sind Heizmaterial aus gepressten Sägespänen.

- a) Die Gesamtkosten für eine Pelletslieferung setzen sich aus einer fixen Grundgebühr und den Kosten für die Liefermenge zusammen. Dabei ist für jede Tonne Pellets der gleiche Preis zu bezahlen.

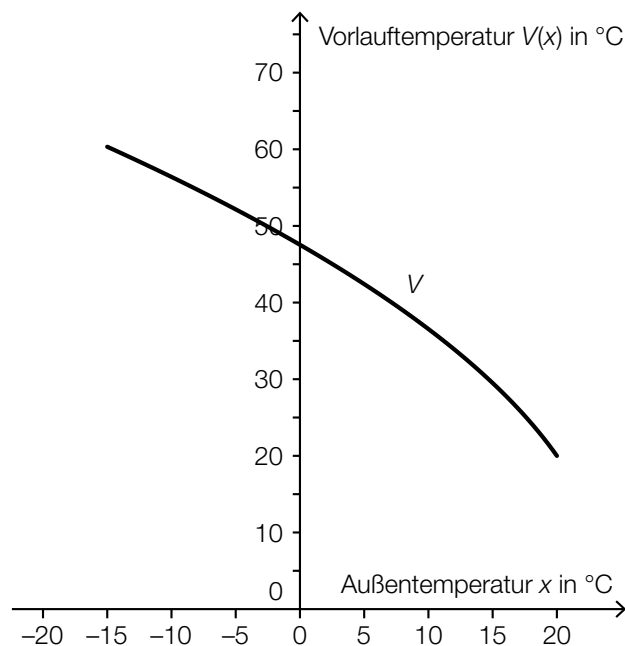
Ein Pelletshändler bietet auf seiner Website einen Online-Rechner an. Eine Kundin verwendet diesen Online-Rechner und notiert die Gesamtkosten für drei verschiedene Liefermengen:

Liefermenge in Tonnen	Gesamtkosten in Euro
2	500
4	960
5,5	1 260

- 1) Überprüfen Sie nachweislich, ob der Online-Rechner die Gesamtkosten wie oben beschrieben berechnet.

- b) Die Temperatur, auf die das Wasser eines Heizsystems erwärmt wird, bezeichnet man als *Vorlauftemperatur*. Bei einer Pelletsheizung ist die Vorlauftemperatur abhängig von der Außentemperatur.

Den Graphen der zugehörigen Funktion V nennt man *Heizkurve*. In der nachstehenden Abbildung ist eine solche Heizkurve für Außentemperaturen von -15 °C bis 20 °C dargestellt.



- 1) Kreuzen Sie die auf die Funktion V im Intervall $]0; 20[$ zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

$V(x) > 0$ und $V'(x) > 0$	☐
$V'(x) > 0$ und $V'''(x) < 0$	☐
$V(x) < 0$ und $V'''(x) < 0$	☐
$V'(x) < 0$ und $V'''(x) < 0$	☐
$V(x) < 0$ und $V'''(x) > 0$	☐

Die Funktion V soll im Intervall $[-15; 20]$ durch eine lineare Funktion ersetzt werden. Diese soll an den Randpunkten des Intervalls die gleichen Funktionswerte wie V haben.

- 2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Graphen dieser linearen Funktion ein.
- 3) Geben Sie an, um wie viel Grad Celsius die Vorlauftemperatur bei einer Außentemperatur von 0 °C geringer ist, wenn anstelle der Funktion V die lineare Funktion verwendet wird.

- c) Bei einer Lieferung werden die Pellets in einer Höhe von 2 m durch einen Einblasstutzen in einen Lagerraum waagrecht eingeblasen. Eine aufgehängte Schutzmatte soll dabei verhindern, dass die Pellets brechen, wenn die Einblasgeschwindigkeit zu groß ist. Die Flugbahn eines Pellets kann modellhaft durch den Graphen der folgenden quadratischen Funktion beschrieben werden:

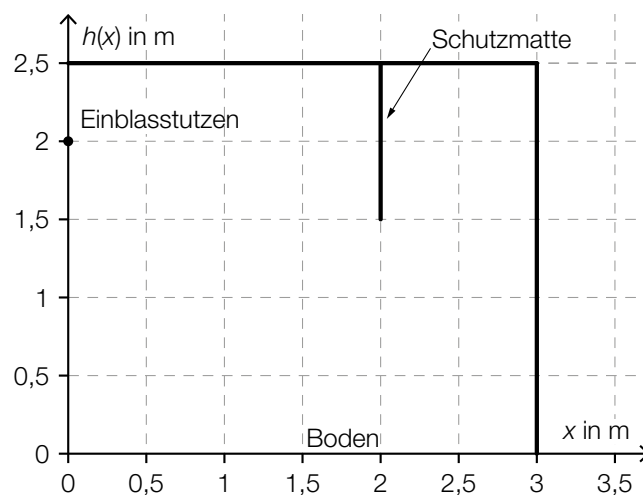
$$h(x) = -\frac{5 \cdot x^2}{v_0^2} + 2$$

x ... waagrechte Entfernung vom Einblasstutzen in m

$h(x)$... Flughöhe eines Pellets über dem Boden bei der Entfernung x in m

v_0 ... Einblasgeschwindigkeit in m/s

- 1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen der Funktion h für eine Einblasgeschwindigkeit von $v_0 = 4$ m/s ein.



Bei einer anderen Einblasgeschwindigkeit trifft das Pellet gerade noch das untere Ende der 1 m langen Schutzmatte.

- 2) Bestimmen Sie diese Einblasgeschwindigkeit.

Möglicher Lösungsweg

a1) $\frac{960 - 500}{4 - 2} = 230$

$$\frac{1\,260 - 960}{5,5 - 4} = 200$$

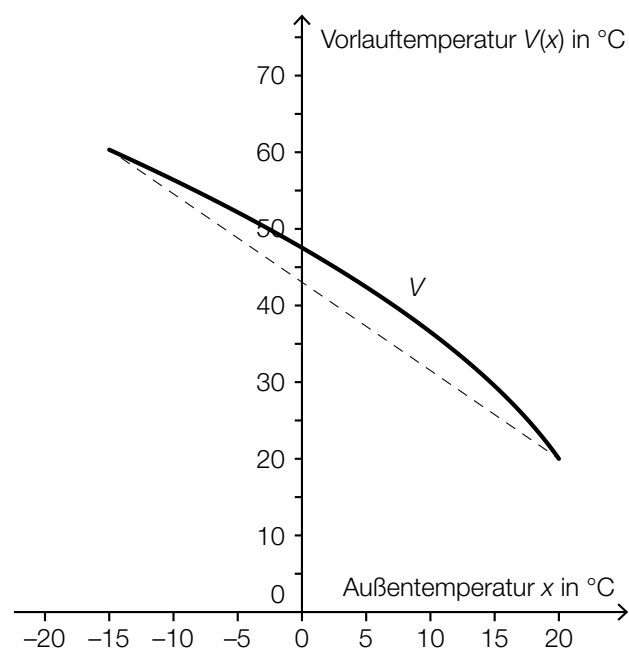
Der Online-Rechner berechnet die Gesamtkosten nicht wie oben beschrieben, weil nicht für jede Liefermenge der gleiche Preis pro Tonne zu bezahlen ist.

Ein anderer richtiger Nachweis ist ebenfalls zulässig.

b1)

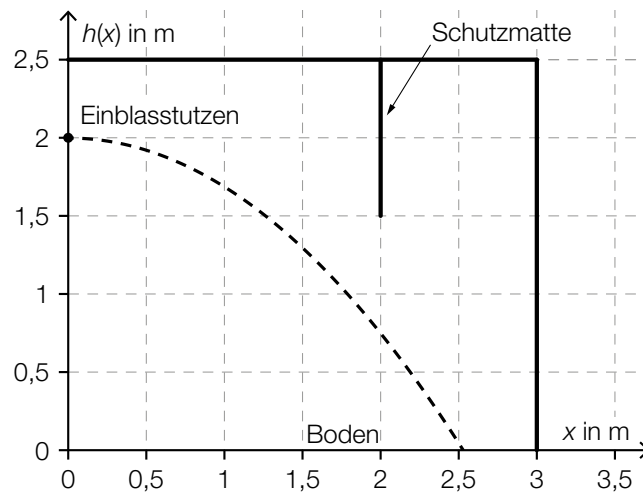
$V'(x) < 0$ und $V''(x) < 0$	☒

b2)



b3) Die Vorlauftemperatur bei einer Außentemperatur von $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ist um rund $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ geringer.
Toleranzbereich: $[3,5\text{ }^{\circ}\text{C}; 6,5\text{ }^{\circ}\text{C}]$

c1)

c2) Das Pellet trifft gerade noch die Matte, wenn seine Bahn durch den Punkt $(2 | 1,5)$ verläuft:

$$1,5 = -\frac{5 \cdot 2^2}{v_0^2} + 2$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$v_{0,1} = 6,324... \quad (\text{oder} \quad v_{0,2} = -6,324...)$$

Bei einer Einblasgeschwindigkeit von 6,32... m/s trifft das Pellet gerade noch das untere Ende der Schutzmatte.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung
- b1) 1 × A1: für das richtige Ankreuzen
- b2) 1 × A2: für das richtige Einzeichnen des Graphen der linearen Funktion
- b3) 1 × C: für die richtige Angabe der Temperaturdifferenz (Toleranzbereich: $[3,5 \text{ °C}; 6,5 \text{ °C}]$)
- c1) 1 × B1: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Funktion h
- c2) 1 × B2: für das richtige Bestimmen der Einblasgeschwindigkeit