

Tagestemperaturverlauf

Aufgabennummer: A_057

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Der Tagestemperaturverlauf von Innsbruck für einen Sommertag lässt sich annähernd durch folgende Funktion beschreiben:

$$T(t) = \frac{37}{172\,740} \cdot t^4 - \frac{2\,277}{131\,404} \cdot t^3 + \frac{4\,953}{13\,406} \cdot t^2 - \frac{7\,804}{4\,101} \cdot t + \frac{70\,604}{4\,029}$$

t ... Zeit in Stunden (h) $0 \text{ h} \leq t \leq 24 \text{ h}$

$T(t)$... Temperatur in Grad Celsius (°C) zum Zeitpunkt t

- a) – Stellen Sie die Funktion im angegebenen Definitionsbereich grafisch dar.
 – Lesen Sie aus dieser Grafik den Unterschied zwischen maximaler und minimaler Temperatur an diesem Tag ab.
- b) – Berechnen Sie mithilfe der Differenzialrechnung denjenigen Zeitpunkt, zu dem die Tagestemperatur am höchsten ist.
- c) – Begründen Sie mithilfe der Differenzialrechnung, warum eine Polynomfunktion 3. Grades genau 1 Wendepunkt hat.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

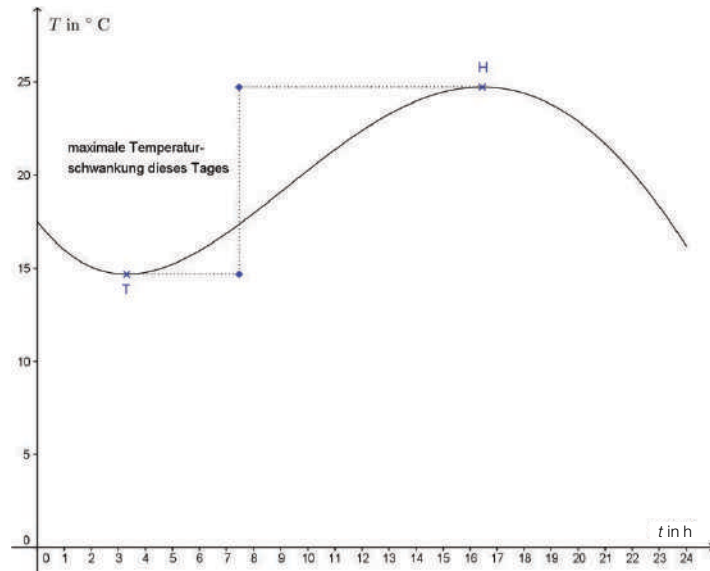
Möglicher Lösungsweg

- a) minimale Temperatur:
 $T_{\min} = 14,7 \text{ }^{\circ}\text{C}$

maximale Temperatur:
 $T_{\max} = 24,7 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Unterschied zwischen maximaler und minimaler Temperatur
 (= maximale Temperaturschwankung) an diesem Tag:
 $\Delta T = 10 \text{ }^{\circ}\text{C}$

(Eine angemessene Ungenauigkeit beim Ablesen der Werte wird toleriert.)



- b) Ermittlung des Maximums

$$T'(t) = \frac{37}{43\,185} \cdot t^3 - \frac{6\,831}{131\,404} \cdot t^2 + \frac{4\,953}{6\,703} \cdot t - \frac{7\,804}{4\,101}$$

$$T''(t) = \frac{37}{14\,395} \cdot t^2 - \frac{6\,831}{65\,702} \cdot t + \frac{4\,953}{6\,703}$$

$$T'(t) = 0 \Rightarrow t_1 \approx 3,3; t_2 \approx 16,4; t_3 \approx 40,9 \text{ (liegt nicht im Definitionsbereich)}$$

(Randstellen-Überprüfung: $T(0) \approx 17,52 \text{ }^{\circ}\text{C}$; $T(24) \approx 16,18 \text{ }^{\circ}\text{C}$)

$$T''(3,3) \approx 0,42 \Rightarrow \text{Minimum bei } t \approx 3,3 \text{ h}$$

$$T''(16,5) \approx -0,28 \Rightarrow \text{Maximum bei } t \approx 16,5 \text{ h}$$

(Auch andere gleichwertige Argumentationen sind zulässig.)

Um 16:30 Uhr ist es in Innsbruck am wärmsten.

- c) Die allgemeine Gleichung einer Polynomfunktion 3. Grades lautet:

$$f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d \text{ mit } a \neq 0.$$

Die 2. Ableitung f'' ist eine lineare Funktion. Die Gleichung $f''(t) = 0$ hat genau 1 Lösung, deshalb 1 Wendepunkt.

(Auch andere gleichwertige Argumentationen sind zulässig.)

Klassifikation

☒ Teil A

☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 1

Thema: Geografie

Quelle: <http://wetter.vienna.at/?region=tirol>