

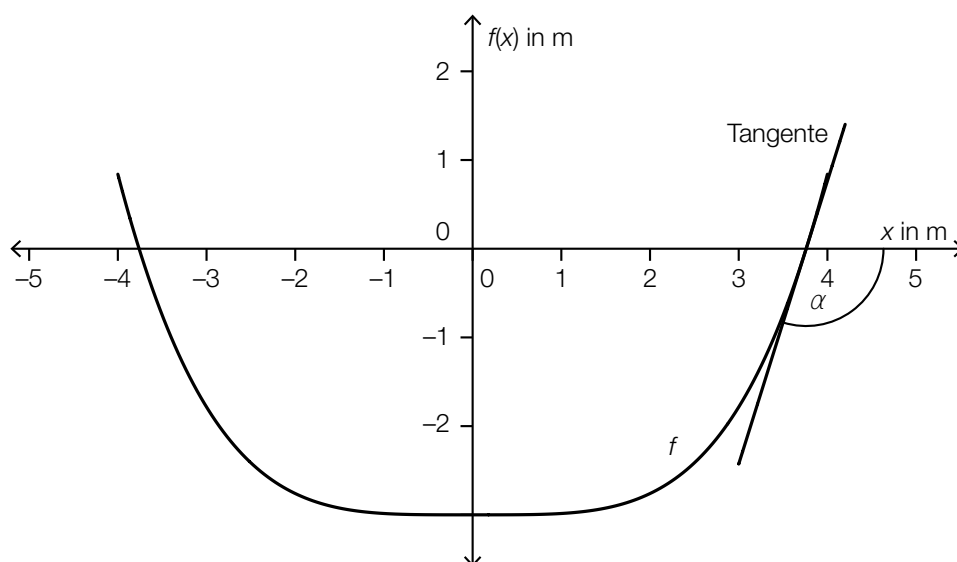
Wasserkanal

Die Querschnittsfläche eines bestimmten Kanals ist unten von einer Randkurve begrenzt, die mit der Funktion f beschrieben werden kann, wobei der Wasserspiegel genau entlang der x -Achse verläuft (siehe nachstehende Abbildung).

Für die Funktion f gilt:

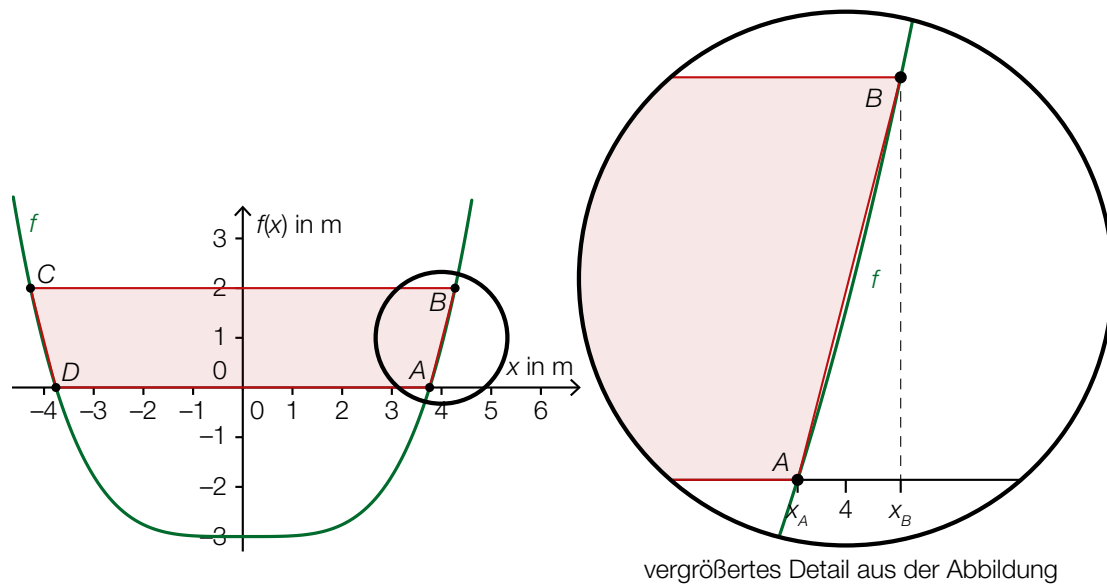
$$f(x) = 0,015 \cdot x^4 - 3$$

$x, f(x)$... Koordinaten in m



- a) 1) Berechnen Sie mithilfe der Differenzialrechnung den Winkel α .
- b) Das Wasser fließt mit einer Geschwindigkeit von 1,2 m/s durch den Kanal.
- 1) Berechnen Sie, wie viele Kubikmeter Wasser pro Sekunde durch den Kanalquerschnitt fließen.

- c) Die Kanalhöhe wird durch Verlängerung der Randkurve bis zu einer Höhe von 2 m über dem Wasserspiegel vergrößert.
Der Flächeninhalt der zusätzlichen Querschnittsfläche kann näherungsweise als Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$ bestimmt werden. Der Flächeninhalt dieses Vierecks ist um $\Delta F \text{ m}^2$ kleiner als der tatsächliche Flächeninhalt der zusätzlichen Querschnittsfläche (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Ergänzen Sie die nachstehende Formel für ΔF .

$$\Delta F = 2 \cdot \left(\frac{(x_B - x_A) \cdot f(\boxed{})}{2} - \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} f(x) \, dx \right)$$

Möglicher Lösungsweg

a1) Nullstelle: $f(x) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$(x_1 = -3,76...) \quad x_2 = 3,76...$$

$$f'(3,76...) = 3,19...$$

$$\alpha = 180^\circ - \arctan(3,19...)$$

$$\alpha = 107,40...^\circ$$

b1) Berechnung der Nullstellen von f mittels Technologieeinsatz: $x_1 \approx -3,76 \text{ m}$, $x_2 \approx 3,76 \text{ m}$

$$\int_{-3,76}^{3,76} (0,015 \cdot x^4 - 3) dx = 18,05$$

$$A = 18,05 \text{ m}^2$$

$$V = 18,05 \cdot 1,2 \approx 21,66$$

Es fließen rund $21,66 \text{ m}^3/\text{s}$ durch den Kanal.

$$\text{c1) } \Delta F = 2 \cdot \left(\frac{(x_B - x_A) \cdot f(x_B)}{2} - \int_{x_A}^{x_B} f(x) dx \right)$$