

Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Pistazien

Pistazien werden meist mit ihrer Schale angeboten.

Aufgabenstellung:

- a) Das Unternehmen *Pistazienwunder* füllt Pistazien in Packungen ab und verkauft sie.

Die Kosten für die Produktion dieser Packungen werden durch die Polynomfunktion K modellhaft beschrieben. Der Erlös aus dem Verkauf dieser Packungen wird durch die lineare Funktion E modellhaft beschrieben.

Es wird angenommen, dass alle produzierten Packungen auch verkauft werden.

Es gilt:

$$K(x) = \frac{x^3}{10^6} - \frac{15 \cdot x^2}{10^4} + 1,5 \cdot x + 1\,000$$

$$E(x) = p \cdot x$$

x ... Anzahl der produzierten und verkauften Packungen

$K(x)$... Kosten für die Produktion von x Packungen in Euro

$E(x)$... Erlös aus dem Verkauf von x Packungen in Euro

p ... Verkaufspreis in Euro pro Packung

Der maximale Gewinn wird beim Verkauf von 1 500 Packungen erzielt.

- 1) Berechnen Sie p .

[0/1 P.]

Dem Unternehmen *Pistazienwunder* gelingt es, die Fixkosten für die Produktion der Packungen zu senken. Alle anderen Rahmenbedingungen bleiben unverändert.

Lisa behauptet: „Obwohl die Fixkosten geringer sind, wird weiterhin bei einem Verkauf von 1 500 Pistazien-Packungen der maximale Gewinn erzielt.“

- 2) Begründen Sie, warum Lisas Behauptung richtig ist.

[0/1 P.]

- b) Das Logo des Unternehmens *Pistazienwunder* hat die Form einer Pistazie in der Ansicht von der Seite (siehe nebenstehende Abbildung).

Es gilt:

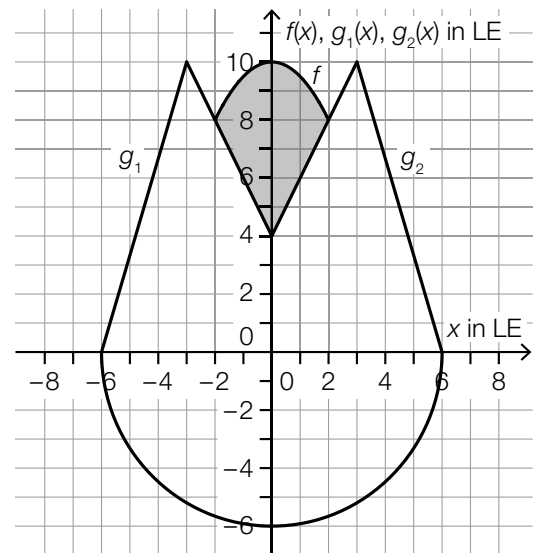
$$g_1(x) = k_1 \cdot x + d_1 \quad \text{mit} \quad -6 \leq x \leq -3$$

$$g_2(x) = k_2 \cdot x + d_2 \quad \text{mit} \quad 3 \leq x \leq 6$$

$$f(x) = -0,5 \cdot x^2 + 10 \quad \text{mit} \quad -2 \leq x \leq 2$$

$x, f(x), g_1(x), g_2(x) \dots$ Maße in Längeneinheiten (LE)

$k_1, k_2, d_1, d_2 \dots$ reelle Parameter



Der größere Teil des Logos wird von den Graphen der Funktionen g_1 und g_2 und zwei weiteren Strecken sowie von einem Halbkreis mit dem Mittelpunkt $M = (0|0)$ und dem Radius $r = 6$ LE begrenzt.

Der kleinere Teil des Logos wird vom Graphen der Funktion f und von zwei Strecken begrenzt und ist in der Abbildung grau markiert dargestellt.

Die Eckpunkte des größeren Teils des Logos haben ganzzahlige Koordinaten.

- 1) Berechnen Sie den Anteil p_A des Flächeninhalts der grau markierten Fläche am gesamten Flächeninhalt des Logos in Prozent. [0/1 P.]
- 2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. [0/1½/1 P.]

Für die Funktionen g_1 und g_2 gilt: ① _____ und ② _____.

①	
$k_1 = -k_2$	☐
$k_1 = k_2$	☐
$k_1 = -\frac{1}{k_2}$	☐

②	
$d_1 = -d_2$	☐
$d_1 = d_2$	☐
$d_1 = -\frac{1}{d_2}$	☐

Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Pistazien

a1) $G(x) = p \cdot x - \left(\frac{x^3}{10^6} - \frac{15 \cdot x^2}{10^4} + 1,5 \cdot x + 1\,000 \right)$

$$G'(1\,500) = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$p = 3,75$$

- a2) Der Funktionsgraph der Kostenfunktion und der Funktionsgraph der Gewinnfunktion werden durch die (Änderung der) Fixkosten nur in vertikaler Richtung verschoben. (Daher ist die Maximumstelle der Gewinnfunktion unabhängig von den Fixkosten.)

oder:

Beim Ableiten der Gewinnfunktion fällt derjenige Koeffizient weg, der sich aus den Fixkosten ergibt. (Daher ist die Maximumstelle der Gewinnfunktion unabhängig von den Fixkosten.)

- a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von p .

- a2) Ein Punkt für das richtige Begründen.

- b1) Flächeninhalt der grau markierten Fläche: $2 \cdot \left(\int_0^2 f(x) dx - 12 \right) = \frac{40}{3}$

$$p_A = \frac{\frac{40}{3}}{\frac{40}{3} + 18 \cdot \pi + 72}$$

$$p_A = 9,39... \%$$

- b2)

①	
$k_1 = -k_2$	☒

②	
$d_1 = d_2$	☒

- b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von p_A .

- b2) Ein halber Punkt für das Ankreuzen des ersten richtigen Satzteils, ein halber Punkt für das Ankreuzen des zweiten richtigen Satzteils.