

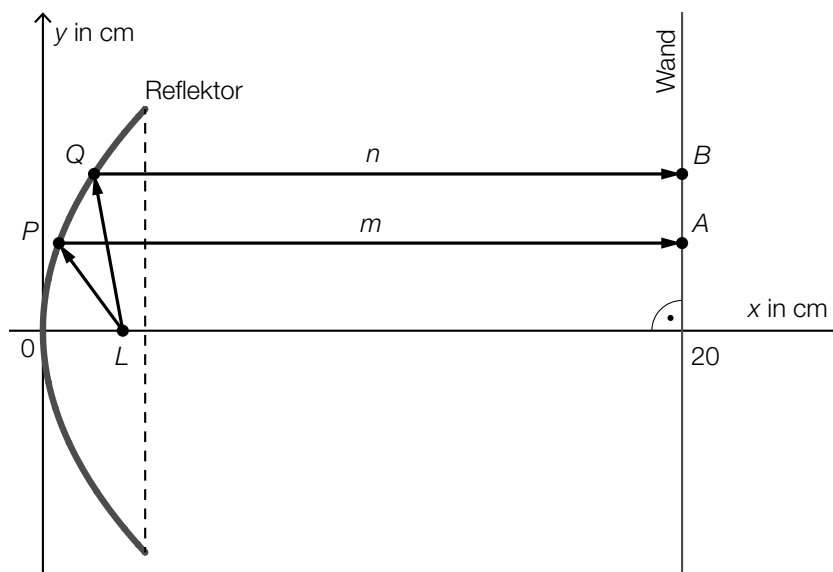
Taschenlampen

Ein Betrieb produziert und verkauft Taschenlampen.

Aufgabenstellung:

- a) Der vordere Teil einer bestimmten Taschenlampe besteht aus der punktförmigen Lichtquelle L und einem Reflektor, der die Lichtquelle umgibt.

Der Querschnitt des vorderen Teiles dieser Taschenlampe ist in der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung in einem Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



Zwei geradlinige Lichtstrahlen gehen von der Lichtquelle L aus und werden in den Punkten P und Q vom Reflektor parallel zur x -Achse auf eine Wand umgelenkt. Dort treffen sie in den Punkten A und B auf.

$$L = (2,5 | 0)$$

$$\overline{LP} = 3 \text{ cm} \text{ und } \overline{LQ} = 4,1 \text{ cm}$$

$$A = (20 | y_A) \text{ und } B = (20 | y_B)$$

$$m = 19,5 \text{ cm}$$

$$\text{Es gilt: } \overline{LP} + m = \overline{LQ} + n$$

1) Berechnen Sie y_B .

[0/1 P.]

- b) Bei der Kontrolle einer Lieferung werden Taschenlampen auf die Fehler F_1 , F_2 und F_3 hin überprüft. Diese 3 Fehler treten unabhängig voneinander auf.

In der nachstehenden Tabelle sind diese Fehler und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten angegeben.

Fehler	Beschreibung	Wahrscheinlichkeit
F_1	Die Taschenlampe ist defekt.	p_1
F_2	Die Taschenlampe hat die falsche Farbe.	0,02
F_3	Die Taschenlampe hat keine Aufbewahrungstasche.	0,01

Eine Taschenlampe wird nach dem Zufallsprinzip ausgewählt und überprüft.

- 1) Ordnen Sie den vier Ereignissen jeweils die auf jeden Fall zutreffende Wahrscheinlichkeit aus A bis F zu. [0/1½/1 P.]

Die Taschenlampe ist defekt und hat die falsche Farbe.	☐
Die Taschenlampe hat die richtige Farbe.	☐
Die Taschenlampe ist nicht defekt, sie hat die richtige Farbe und sie hat keine Aufbewahrungstasche.	☐
Die Taschenlampe weist mindestens 1 dieser 3 Fehler auf.	☐

A	0,98
B	$1 - (1 - p_1) \cdot 0,98 \cdot 0,99$
C	$p_1 \cdot 0,02$
D	$1 - p_1 \cdot 0,02 \cdot 0,01$
E	$p_1 \cdot 0,02 \cdot 0,01$
F	$(1 - p_1) \cdot 0,98 \cdot 0,01$

- c) Die Gesamtkosten für die Herstellung der Taschenlampen in Abhängigkeit von der Produktionsmenge x können durch die differenzierbare Kostenfunktion K modelliert werden.

x ... Produktionsmenge in Mengeneinheiten (ME)

$K(x)$... Gesamtkosten bei der Produktionsmenge x in Geldeinheiten (GE)

Die zugehörige Grenzkostenfunktion K' hat die Funktionsgleichung

$$K'(x) = 0,33 \cdot x^2 - 1,8 \cdot x + 3.$$

Es gilt: $K(1) = 44,21$

- 1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von K auf.

$K(x) =$ _____

[0/1 P.]

Im Folgenden wird angenommen, dass jede produzierte Taschenlampe auch verkauft wird.

Der Erlös aus dem Verkauf dieser Taschenlampen in Abhängigkeit von der Produktionsmenge x kann durch die Funktion E modelliert werden.

$$E(x) = a \cdot x$$

x ... Produktionsmenge in ME

$E(x)$... Erlös bei der Produktionsmenge x in GE

a ... Preis in GE/ME

Der Gewinn wird durch die Gewinnfunktion G modelliert (x in ME, $G(x)$ in GE).

Das Betriebsziel ist, bei einer Produktion und einem Verkauf von 5 ME Taschenlampen einen Gewinn von mindestens 100 GE zu erzielen.

- 2) Berechnen Sie den kleinstmöglichen Preis, mit dem dieses Betriebsziel erreicht wird.

[0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) $3 + 19,5 = 4,1 + n$
 $n = 18,4$
 $y_B = \sqrt{4,1^2 - (18,4 - 17,5)^2} = 4$

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von y_B .

b1)

Die Taschenlampe ist defekt und hat die falsche Farbe.	C
Die Taschenlampe hat die richtige Farbe.	A
Die Taschenlampe ist nicht defekt, sie hat die richtige Farbe und sie hat keine Aufbewahrungstasche.	F
Die Taschenlampe weist mindestens 1 dieser 3 Fehler auf.	B

A	0,98
B	$1 - (1 - p_1) \cdot 0,98 \cdot 0,99$
C	$p_1 \cdot 0,02$
D	$1 - p_1 \cdot 0,02 \cdot 0,01$
E	$p_1 \cdot 0,02 \cdot 0,01$
F	$(1 - p_1) \cdot 0,98 \cdot 0,01$

b1) Ein Punkt für vier richtige Zuordnungen, ein halber Punkt für zwei oder drei richtige Zuordnungen.

c1) $K(x) = 0,11 \cdot x^3 - 0,9 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 42$

c2) $G(x) = a \cdot x - (0,11 \cdot x^3 - 0,9 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 42)$
 $G(5) \geq 100$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a \geq 29,65$$

Der kleinstmögliche Preis beträgt 29,65 GE/ME.

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von K .

c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen.