

Wachstum von Tierpopulationen

Aufgabenstellung:

- a) Die Populationsgröße (Anzahl der Individuen) einer bestimmten Tierart kann modellhaft durch die Funktion $N: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

Dabei gilt:

$$N(t) = \frac{500}{1 + 4 \cdot e^{-0,2 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Wochen

$N(t)$... Populationsgröße zum Zeitpunkt t

Zum Zeitpunkt t_v ist die Population auf das Doppelte ihrer Größe zum Zeitpunkt $t = 0$ angewachsen.

- 1) Berechnen Sie t_v .

[0/1 P.]

- b) Die Wachstumsgeschwindigkeit einer anderen Tierpopulation lässt sich durch die Polynomfunktion f mit $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ modellieren. Dabei gibt $f(t)$ die momentane Änderungsrate der Anzahl der Individuen in Abhängigkeit von der Zeit t an (t in Wochen, $f(t)$ in Individuen pro Woche).

Die Wachstumsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt 15 Individuen pro Woche und erreicht nach 7 Wochen ihr Maximum. Nach 35 Wochen beträgt die Wachstumsgeschwindigkeit 0 Individuen pro Woche.

- 1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von f auf.

$f(t) =$ _____ [0/1 P.]

Es wird angenommen, dass die Tierpopulation zu Beginn der Beobachtungen aus 50 Individuen besteht.

- 2) Interpretieren Sie $50 + \int_0^7 f(t) dt$ im gegebenen Sachzusammenhang. [0/1 P.]

Einer der nachstehenden Ausdrücke beschreibt die mittlere Änderungsrate der Größe der Tierpopulation im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ mit $t_1 < t_2$.

- 3) Kreuzen Sie den jedenfalls zutreffenden Ausdruck an. [1 aus 6] [0/1 P.]

$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$	☐
$\frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt}{t_2 - t_1}$	☐
$\int_0^{t_1} f(t) dt - \int_0^{t_2} f(t) dt$	☐
$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2}$	☐
$f(t_2) - f(t_1)$	☐
$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{f(t_1)}$	☐

Möglicher Lösungsweg

a1) $N(0) = 100$
 $N(t_v) = 2 \cdot N(0)$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t_v = 4,9\dots$$

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von t_v .

b1) $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$
 $f(0) = 15, f(35) = 0, f'(7) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$f(t) = -\frac{1}{49} \cdot t^2 + \frac{2}{7} \cdot t + 15$$

b2) Der Ausdruck gibt die Größe der Tierpopulation (Anzahl der Individuen) nach 7 Wochen an.

b3)

$\frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt}{t_2 - t_1}$	☒

- b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von f .
b2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
b3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.