

Passwörter

Passwörter bestehen aus Zeichen, die in einer festgelegten Reihenfolge angeordnet sind. Es ist erlaubt, dass in einem Passwort Zeichen mehrfach vorkommen.

Die Anzahl der Stellen eines Passworts wird als Passwortlänge k bezeichnet ($k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$). Für jede dieser Stellen wird ein Zeichen aus jeweils n verschiedenen Zeichen gewählt ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$).

Die Anzahl A aller möglichen Passwörter kann mithilfe der Formel $A = n^k$ berechnet werden.

Aufgabenstellung:

- a) Ein bestimmter Computer kann 1 Milliarde Passwörter pro Sekunde überprüfen. Für die Überprüfung von n^k Passwörtern benötigt der Computer t Stunden.

- 1) Stellen Sie mithilfe von k und n eine Formel zur Berechnung von t auf.

$t =$ _____ [0/1 P.]

Diese Formel zur Berechnung von t kann als Funktion in Abhängigkeit von k und n aufgefasst werden.

- 2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. [0/½/1 P.]

Ist k konstant, so ist t in Abhängigkeit von n eine ① _____; ist n konstant, so ist t in Abhängigkeit von k eine ② _____.

①	
lineare Funktion	☐
Potenzfunktion	☐
Exponentialfunktion	☐

②	
lineare Funktion	☐
Potenzfunktion	☐
Exponentialfunktion	☐

b) Das Passwort für den Zugang auf eine bestimmte Website wird automatisch von einem Zufallsgenerator erzeugt. Der Zufallsgenerator wählt jedes Zeichen unabhängig von den anderen Zeichen und mit gleicher Wahrscheinlichkeit aus 26 Buchstaben und 10 Ziffern aus ($n = 36$). Die Passwortlänge beträgt 8 Zeichen ($k = 8$).

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort nur aus Buchstaben besteht.

[0/1 P.]

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort höchstens 1 Ziffer enthält.

[0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) $t = \frac{n^k}{60 \cdot 60 \cdot 10^9} \quad \left(= \frac{n^k}{3,6 \cdot 10^{12}} \right)$

a2)

①	
Potenzfunktion	☒

②	
Exponentialfunktion	☒

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

a2) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile, ein halber Punkt, wenn nur ein richtiger Satzteil angekreuzt ist.

b1) $\left(\frac{26}{36}\right)^8 = 0,0740\dots$

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort nur aus Buchstaben besteht, beträgt rund 7,4 %.

b2) $\left(\frac{26}{36}\right)^8 + 8 \cdot \left(\frac{26}{36}\right)^7 \cdot \frac{10}{36} = 0,3017\dots$

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort höchstens 1 Ziffer enthält, beträgt rund 30,2 %.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort nur aus Buchstaben besteht.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort höchstens 1 Ziffer enthält.