

Teich

In einem künstlich angelegten Teich befinden sich 129 m^3 Wasser.

Aufgabenstellung:

- a) Der Teich kann über zwei Abflüsse vollständig entleert werden.

Wird nur der eine Abfluss geöffnet, so dauert die vollständige Entleerung 10 h.

Wird nur der andere Abfluss geöffnet, so dauert die vollständige Entleerung 6 h.

Die jeweilige Abflussgeschwindigkeit ist dabei im gesamten Zeitraum konstant.

Die Zeitdauer, die zur vollständigen Entleerung benötigt wird, wenn beide Abflüsse gleichzeitig geöffnet sind, wird mit T bezeichnet.

- 1) Berechnen Sie T .

[0/1 P.]

- b) Der vollständig entleerte Teich wird wieder mit 129 m^3 Wasser befüllt.

Die Funktion $d: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ gibt die Fülldauer $d(z)$ in Abhängigkeit von der konstanten Zuflussgeschwindigkeit z an (z in m^3/h , $d(z)$ in h).

- 1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von d auf.

$d(z) = \underline{\hspace{10cm}}$

[0/1 P.]

Die Funktion h beschreibt in Abhängigkeit von der Zeit t die Höhe der Wasseroberfläche über dem tiefsten Punkt des Teiches bei der konstanten Zuflussgeschwindigkeit $z = 6 \text{ m}^3/\text{h}$ (t in h, $h(t)$ in m).

Für die momentane Änderungsrate der Höhe der Wasseroberfläche gilt:

$$h'(t) = \frac{15}{\sqrt{2738 \cdot \pi \cdot t}} \quad \text{mit } t > 0$$

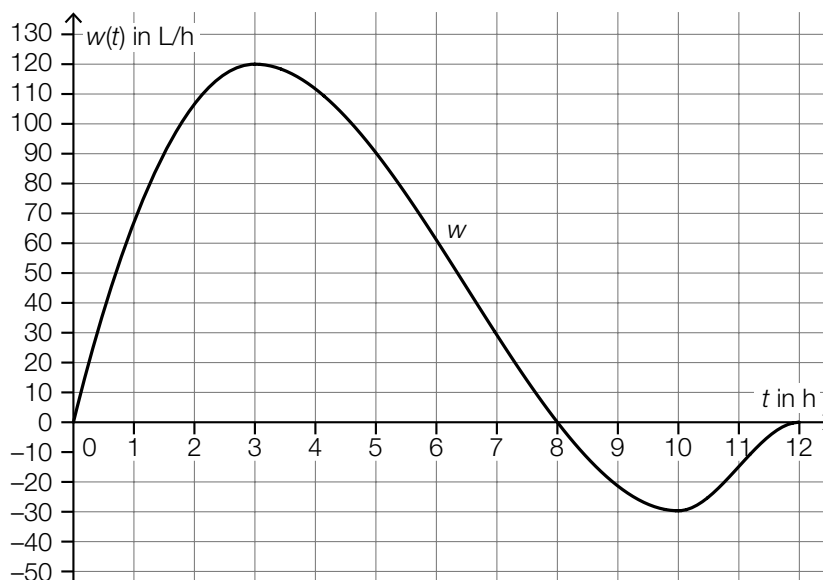
- 2) Ermitteln Sie, um wie viele Meter die Höhe der Wasseroberfläche in den letzten 10 h der Befüllung ansteigt.

[0/1 P.]

c) Durch Regen und Verdunstung ändert sich die Wassermenge im Teich.

Die Funktion $w: [0;12] \rightarrow \mathbb{R}$ beschreibt näherungsweise die momentane Änderungsrate der Wassermenge im Teich in Abhängigkeit von der Zeit t (t in h, $w(t)$ in L/h).

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph von w dargestellt.



1) Ordnen Sie den vier Aussagen jeweils das passende größtmögliche Zeitintervall aus A bis F zu. [0/1½/1 P.]

Die Wassermenge im Teich nimmt ab.	
Die Wassermenge im Teich nimmt immer schneller zu.	
Die momentane Änderungsrate der Wassermenge im Teich nimmt ab.	
Die Wassermenge im Teich nimmt zu.	

A	(0; 3)
B	(3; 10)
C	(8; 12)
D	(3; 12)
E	(8; 10)
F	(0; 8)

Möglicher Lösungsweg

a1) $\left(\frac{129}{10} + \frac{129}{6}\right) \cdot T = 129$
 $T = 3,75 \text{ h}$

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von T .

b1) $d(z) = \frac{129}{z}$

b2) $d(6) = 21,5$
 $\int_{11,5}^{21,5} h'(t) dt = 0,40\dots$

Die Höhe der Wasseroberfläche steigt in den letzten 10 h der Befüllung um rund 0,4 m an.

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von d .

b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Anstiegs der Höhe der Wasseroberfläche.

c1)

Die Wassermenge im Teich nimmt ab.	C
Die Wassermenge im Teich nimmt immer schneller zu.	A
Die momentane Änderungsrate der Wassermenge im Teich nimmt ab.	B
Die Wassermenge im Teich nimmt zu.	F

A	(0; 3)
B	(3; 10)
C	(8; 12)
D	(3; 12)
E	(8; 10)
F	(0; 8)

c1) Ein Punkt für vier richtige Zuordnungen, ein halber Punkt für zwei oder drei richtige Zuordnungen.