

„Mensch ärgere Dich nicht“

„Mensch ärgere Dich nicht“ ist ein Brettspiel für mindestens zwei Personen. Ziel des Spieles ist es, die eigenen 4 gleichfarbigen Spielfiguren möglichst schnell von den Startfeldern zu den Zielfeldern zu bewegen.

Aufgabenstellung:

- a) In einem Stoffsäckchen befinden sich 4 rote, 4 gelbe und 4 blaue Spielfiguren eines „Mensch ärgere Dich nicht“-Spieles. Isabella zieht zufällig und ohne Zurücklegen 4 Spielfiguren.

- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle 4 gezogenen Spielfiguren rot sind.

[0/1 P.]

Isabella hat alle roten Spielfiguren entnommen. Das Stoffsäckchen enthält also nur mehr die 4 gelben und die 4 blauen Spielfiguren.

Nun zieht Fatima so oft ohne Zurücklegen je 1 Spielfigur, bis sie alle 4 gelben Spielfiguren gezogen hat.

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Züge k , die Fatima benötigt, bis sie alle 4 gelben Spielfiguren gezogen hat. Durch die nachstehende Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X gegeben.

k	4	5	6	7	8
$P(X = k)$	$\frac{1}{70}$	u	$\frac{10}{70}$	$\frac{20}{70}$	v

- 2) Berechnen Sie u und v .

$u =$ _____

$v =$ _____

[0/1 P.]

- b) Isabella gewinnt gegen ihre Freundin Fatima durchschnittlich 3 von 5 Partien „Mensch ärgere Dich nicht“. In den bevorstehenden Sommerferien werden die beiden Mädchen n Partien gegeneinander spielen (n gerade, $n > 2$).
Die binomialverteilte Zufallsvariable Y gibt an, wie viele der n Partien von Isabella gewonnen werden.

Gegeben sind vier Wahrscheinlichkeiten und sechs Ereignisse.

- 1) Ordnen Sie den vier Wahrscheinlichkeiten jeweils das mit dieser Wahrscheinlichkeit eintretende Ereignis aus A bis F zu. [0/1½/1 P.]

$\binom{n}{\frac{n}{2}} \cdot 0,6^{\frac{n}{2}} \cdot 0,4^{\frac{n}{2}}$	
$1 - 0,4^n - n \cdot 0,6 \cdot 0,4^{n-1}$	
$1 - 0,6^n$	
$n \cdot 0,6^{n-1} \cdot 0,4$	

A	Isabella gewinnt genau die Hälfte der n Partien.
B	Isabella gewinnt mindestens 2 der n Partien.
C	Isabella verliert mehr als die Hälfte der n Partien.
D	Isabella verliert genau 1 der n Partien.
E	Isabella verliert mindestens 1 der n Partien.
F	Isabella gewinnt höchstens 1 der n Partien.

Der Erwartungswert von Y wird mit μ , die Standardabweichung von Y mit σ bezeichnet.

- 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(\mu - \sigma < Y < \mu + \sigma)$ für $n = 14$. [0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) $\frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{495} = 0,0020\dots$

Die Wahrscheinlichkeit, dass alle 4 gezogenen Spielfiguren rot sind, beträgt rund 0,2 %.

a2) $u = \frac{4}{70} = \frac{2}{35}$

$v = \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit, dass alle 4 gezogenen Spielfiguren rot sind.

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von u und v .

b1)

$\binom{n}{\frac{n}{2}} \cdot 0,6^{\frac{n}{2}} \cdot 0,4^{\frac{n}{2}}$	A
$1 - 0,4^n - n \cdot 0,6 \cdot 0,4^{n-1}$	B
$1 - 0,6^n$	E
$n \cdot 0,6^{n-1} \cdot 0,4$	D

A	Isabella gewinnt genau die Hälfte der n Partien.
B	Isabella gewinnt mindestens 2 der n Partien.
C	Isabella verliert mehr als die Hälfte der n Partien.
D	Isabella verliert genau 1 der n Partien.
E	Isabella verliert mindestens 1 der n Partien.
F	Isabella gewinnt höchstens 1 der n Partien.

b2) $p = 0,6 \quad n = 14$

$\mu = 8,4$

$\sigma = 1,83\dots$

$[\mu - \sigma; \mu + \sigma] = [6,56\dots; 10,23\dots]$

$P(7 \leq Y \leq 10) = 0,7255\dots$

b1) Ein Punkt für vier richtige Zuordnungen, ein halber Punkt für zwei oder drei richtige Zuordnungen.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.