

Spezielle Polynomfunktionen vierten Grades

Gegeben ist eine Polynomfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Aufgabenstellung:

- a) 1) Stellen Sie unter Verwendung von a und b eine Gleichung zur Berechnung der Wendestellen von f auf. [0/1 P.]
- b) 1) Weisen Sie rechnerisch mithilfe der 1. und 2. Ableitung von f nach, dass auf der senkrechten Achse ein Extrempunkt P des Graphen von f liegt. [0/1 P.]

Genau einer der Koeffizienten a , b und c ist ausschlaggebend dafür, ob es sich beim ermittelten Extrempunkt P um einen Hochpunkt handelt.

- 2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. [0/1 P.]

Damit dieser Extrempunkt P ein Hochpunkt ist, muss für den Koeffizienten _____ ① _____ gelten, dass dieser _____ ② _____ ist.

①		②	
a	☐	kleiner als 0	☐
b	☐	gleich 1	☐
c	☐	größer als 0	☐

- c) Gegeben ist eine Polynomfunktion g mit $g(x) = d \cdot (x + e)^2 \cdot (x - e)^2$ mit $d \neq 0$ und $e \in \mathbb{R}$. Der Graph von g verläuft durch den Punkt $N = (2 | 0)$.

- 1) Ermitteln Sie unter diesen Voraussetzungen alle möglichen Werte von e . [0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 2 \cdot b \cdot x$
 $f''(x) = 12 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b$
 $12 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b = 0$

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung.

b1) $f'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 2 \cdot b \cdot x$
 $f'(0) = 0$
 $f''(x) = 12 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b$
 $f''(0) = 2 \cdot b \neq 0$
 $P = (0|y_P)$ ist ein Extrempunkt von f .

b2)

①	
b	☒

②	
kleiner als 0	☒

b1) Ein Punkt für das richtige rechnerische Nachweisen.

b2) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

c1) $e = -2$ bzw. $e = 2$

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln aller möglichen Werte von e .