

Würfelspiel

Bei einem Würfelspiel werden fünf sechsflächige Würfel gleichzeitig geworfen. Bei jedem der Würfel treten die Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf. Die fünf Würfel werden unabhängig voneinander geworfen. Die Ergebnisse der Würfe sind voneinander unabhängig.

Nachstehend sind drei mögliche Ereignisse beschrieben.

<i>Grande</i>	Eine beliebige Augenzahl tritt fünfmal auf, z. B. 4, 4, 4, 4, 4.
<i>Full House</i>	Eine beliebige Augenzahl tritt genau dreimal auf. Eine andere beliebige Augenzahl tritt genau zweimal auf, z. B. 1, 1, 1, 4, 4.
<i>Straße</i>	Die Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 oder 2, 3, 4, 5, 6 treten jeweils genau einmal auf.

Aufgabenstellung:

- a) 1) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit für ein *Grande*, wenn die fünf Würfel einmal geworfen werden. [0/1 P.]

Es wurden die Augenzahlen 2, 2, 2, 4 und 5 geworfen. Bei einem zweiten Wurf werden nur die beiden Würfel mit den Augenzahlen 4 und 5 erneut geworfen, die anderen drei Würfel bleiben liegen.

Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem zweiten Wurf ein *Grande* zu erhalten, beträgt p_1 .

Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem zweiten Wurf ein *Full House* zu erhalten, beträgt p_2 .

- 2) Ermitteln Sie die zwei Wahrscheinlichkeiten p_1 und p_2 .

$$p_1 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$p_2 = \underline{\hspace{10cm}} \quad [0/1/2/1 P.]$$

- b) Für die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E bei einem Wurf mit fünf Würfeln gilt:

$$P(E) = 6 \cdot \left[\binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{6} \right)^4 \cdot \frac{5}{6} \right]$$

- 1) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang. [0/1 P.]

- c) Die Wahrscheinlichkeit für eine *Straße* liegt bei einem Wurf mit den fünf Würfeln bei rund 3,09 %. Die Wahrscheinlichkeit für ein *Full House* liegt bei einem Wurf mit den fünf Würfeln bei rund 3,86 %.

Franz würfelt einmal mit allen fünf Würfeln. Anna gibt Franz 40 Euro, wenn er eine *Straße* oder ein *Full House* erhält. In allen anderen Fällen bekommt Anna von Franz x Euro.

- 1) Ermitteln Sie x so, dass die zu erwartenden Beträge, die Anna und Franz einander auszahlen, annähernd gleich sind. [0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) $1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{1296} = 0,0007...$

oder:

$$6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{1}{1296} = 0,0007...$$

a2) $p_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = 0,0277...$

$$p_2 = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36} = 0,1388...$$

a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Wahrscheinlichkeit für ein *Grande*.

a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der zwei Wahrscheinlichkeiten p_1 und p_2 , ein halber Punkt für nur eine richtige Wahrscheinlichkeit.

b1) $E \dots$ „beim Wurf der fünf Würfel tritt eine (beliebige) Augenzahl genau viermal auf“

b1) Ein Punkt für das richtige Beschreiben des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang.

c1) $P(\text{„Franz bekommt 40 Euro“}) = 0,0309 + 0,0386 = 0,0695$

$$P(\text{„Anna bekommt } x \text{ Euro“}) = 1 - P(\text{„Franz bekommt 40 Euro“}) = 0,9305$$

$$40 \cdot P(\text{„Franz bekommt 40 Euro“}) = x \cdot P(\text{„Anna bekommt } x \text{ Euro“})$$

$$x = 2,987... \text{ Euro}$$

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln von x .