

Biathlon

Biathlon ist eine Wintersportart, die Skilanglauf und Schießen kombiniert.

Bei einem bestimmten Wettbewerb müssen drei Runden zu je 2500 m absolviert werden.
Dabei gilt:

- Nach der ersten und nach der zweiten absolvierten Runde findet jeweils ein Schießen statt.
Bei jedem Schießen werden fünf Schüsse abgegeben.
- Für jeden Fehlschuss muss eine 150 m lange Strafrunde absolviert werden, wodurch es zu einem Zeitverlust kommt.

Quelle: <https://www.sport1.de/wintersport/biathlon/2018/11/biathlon-im-ueberblick-regeln-disziplinen-wissenswertes> [15.04.2021].

Aufgabenstellung:

a) Lisa absolviert die drei Runden mit folgenden durchschnittlichen Geschwindigkeiten (v_1 , v_2 , v_3 in m/s):

- v_1 für die erste Runde
- v_2 für die zweite Runde
- v_3 für die dritte Runde

Für das Schießen benötigt Lisa jeweils die Zeitdauer t^* (t^* in s).

Nach der ersten absolvierten Runde macht sie beim Schießen keinen Fehler.

Nach der zweiten absolvierten Runde macht sie beim Schießen genau 2 Fehler.

Die 2 Strafrunden absolviert sie mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von v_s (v_s in m/s).

Unter der Laufzeit b (b in s) versteht man diejenige Zeit, die Lisa insgesamt für die absolvierten Runden inklusive Strafrunden und für das Schießen benötigt.

1) Stellen Sie mithilfe von v_1 , v_2 , v_3 , t^* und v_s eine Formel zur Berechnung von b auf.

$b =$ _____

[0/1 P.]

- b) Die Geschwindigkeit von Hanna in der ersten Runde kann modellhaft durch die Funktion $v: [0; 440] \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto v(t)$ beschrieben werden (t in s, $v(t)$ in m/s).

1) Interpretieren Sie $\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) dt$ mit $T \in (0 \text{ s}; 440 \text{ s}]$ im gegebenen Sachzusammenhang. [0/1 P.]

Es gibt genau zwei Zeitpunkte $t_1, t_2 \in (0 \text{ s}; 440 \text{ s})$ mit $t_1 < t_2$, für die gilt:

$$v'(t_1) = 0 \text{ und } v''(t_1) < 0$$

$$v'(t_2) = 0 \text{ und } v''(t_2) < 0$$

- 2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die Zeitpunkte t_1 und t_2 sind ① der Funktion v und der Wert von $\frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$ entspricht dabei der ② im Zeitintervall $[t_1; t_2]$. [0/1½/1 P.]

①	
lokale Minimumstellen	☐
lokale Maximumstellen	☐
Wendestellen	☐

②	
durchschnittlichen Geschwindigkeit	☐
Länge der zurückgelegten Strecke	☐
durchschnittlichen Beschleunigung	☐

- c) Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Treffer von Daria beim Schießen an und wird als binomialverteilt angenommen. Bei jedem der 5 Schüsse ist p die Trefferwahrscheinlichkeit.

- 1) Stellen Sie unter Verwendung von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$P(X \geq 4) =$ _____ [0/1 P.]

Möglicher Lösungsweg

a1) $b = \frac{2500}{v_1} + \frac{2500}{v_2} + \frac{2500}{v_3} + 2 \cdot t^* + \frac{300}{v_s}$

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

b1) Der Ausdruck beschreibt die durchschnittliche Geschwindigkeit im Zeitintervall $[0; T]$.

b2)

①	
lokale Maximumstellen	☒

②	
durchschnittlichen Beschleunigung	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

b2) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile, ein halber Punkt, wenn nur ein richtiger Satzteil angekreuzt ist.

c1) $P(X \geq 4) = 5 \cdot p^4 \cdot (1 - p) + p^5$

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.