

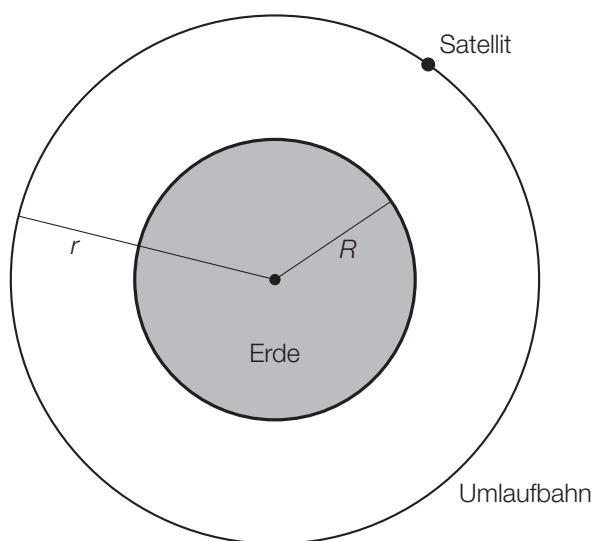
Satelliten und ihre Umlaufbahnen*

Aufgabennummer: 2_107

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Ein Satellit bewegt sich auf einer annähernd kreisförmigen Umlaufbahn mit dem Radius r um die Erde. Die Erde wird als kugelförmig mit dem Radius R angenommen.

Dieses Modell ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Aufgabenstellung:

- a) Ein bestimmter Satellit bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v = 7500 \text{ m/s}$ auf seiner Umlaufbahn. Der Zusammenhang zwischen seiner Geschwindigkeit und dem Radius seiner Umlaufbahn wird durch die nachstehende Gleichung angegeben.

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

v ... Geschwindigkeit des Satelliten in m/s

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$... allgemeine Gravitationskonstante in $\frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

$M = 5,97 \cdot 10^{24}$... Masse der Erde in kg

r ... Radius der Umlaufbahn des Satelliten in m

- 1) Berechnen Sie den Radius r der Umlaufbahn dieses Satelliten.

$r =$ _____ m

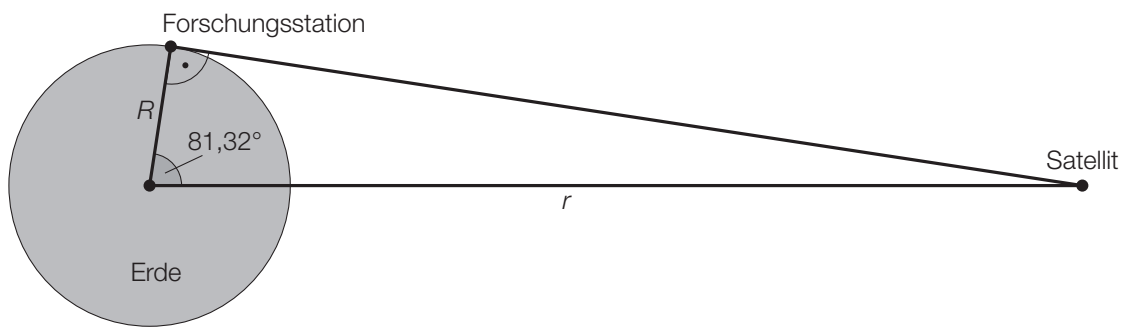
- 2) Berechnen Sie die Zeit (in s), die dieser Satellit für einen Umlauf um die Erde benötigt.

$t =$ _____ s

* ehemalige Klausuraufgabe, Maturatermin: 17. September 2021

- b) Die Satellitenschüssel einer Forschungsstation wird auf einen bestimmten Satelliten ausgerichtet.

In der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung ist diese Situation dargestellt.



Der Erdradius R wird mit $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ angenommen.

- 1) Berechnen Sie den Radius r der Umlaufbahn dieses Satelliten.

$r =$ _____ m

Die Geschwindigkeit von Funksignalen wird mit $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ angenommen.

- 2) Berechnen Sie die Zeit (in s), die ein Funksignal für seinen Weg von der Forschungsstation zu diesem Satelliten benötigt. Geben Sie das Ergebnis mit 3 Nachkommastellen an.

Lösungserwartung

a) Lösungserwartung:

$$\text{a1) } 7500 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{r}}$$
$$r = 7079093,3... \text{ m}$$

$$\text{a2) } 2 \cdot r \cdot \pi = 7500 \cdot t$$
$$t = 5930,5... \text{ s}$$

b) Lösungserwartung:

$$\text{b1) } \cos(81,32^\circ) = \frac{6,37 \cdot 10^6}{r}$$
$$r = 42208977,5... \text{ m}$$

$$\text{b2) Entfernung Forschungsstation – Satellit: } \sqrt{r^2 - R^2} = 41\,725\,542,4... \text{ m}$$
$$\frac{41\,725\,542,4...}{300\,000\,000} = 0,1390...$$

Das Funksignal benötigt für seinen Weg von der Forschungsstation zum Satelliten rund 0,139 s.

Lösungsschlüssel

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von r .

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der benötigten Zeit.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von r .

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der benötigten Zeit auf 3 Nachkommastellen.