

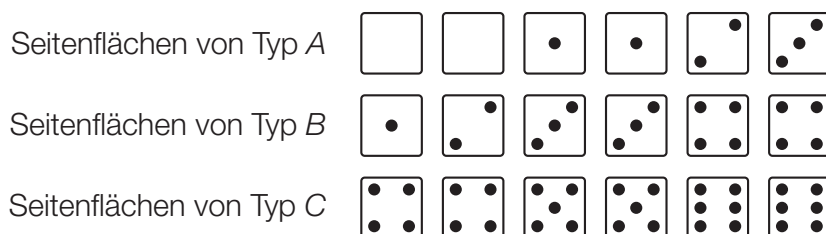
Würfelspiel*

Aufgabennummer: 2_104

Aufgabentyp: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒

Bei einem Würfelspiel werden verschiedene Würfel mit jeweils 6 Seitenflächen verwendet. Bei allen verwendeten Würfeln tritt bei jedem Wurf jede Seitenfläche mit der gleichen Wahrscheinlichkeit wie jede der anderen Seitenflächen auf. Die Ergebnisse verschiedener Würfe sind voneinander unabhängig.

Es werden die 3 Würfeltypen A , B und C verwendet. In der nachstehenden Abbildung sind deren Seitenflächen dargestellt.



Aufgabenstellung:

- a) Ein Spieler würfelt 1-mal gleichzeitig mit einem Würfel vom Typ B und einem Würfel vom Typ C .

- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der gewürfelten Augenzahlen 8 beträgt.

- b) Die Zufallsvariable X_A bzw. X_B bzw. X_C gibt die Augenzahl beim Wurf eines Würfels vom Typ A bzw. B bzw. C an. Eine dieser drei Zufallsvariablen hat einen ganzzahligen Erwartungswert.

- 1) Geben Sie diesen ganzzahligen Erwartungswert an.

Die beiden anderen Zufallsvariablen haben die gleiche Standardabweichung.

- 2) Berechnen Sie diese Standardabweichung.

- c) Mit einem Würfel vom Typ C wird n -mal gewürfelt. Die Zufallsvariable Y_n gibt an, bei wie vielen von diesen n Würfeln mit einem Würfel vom Typ C eine ungerade Augenzahl auftritt ($n \in \mathbb{N}$). Mit μ_n wird der Erwartungswert und mit σ_n die Standardabweichung von Y_n bezeichnet.

1) Geben Sie μ_n und σ_n in Abhängigkeit von n an.

$$\mu_n = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\sigma_n = \underline{\hspace{10cm}}$$

Lösungserwartung

a) Lösungserwartung:

a1) Kombinationen der Augenzahlen: „2 und 6“ oder „3 und 5“ oder „4 und 4“

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{18} = 0,2\dot{7}$$

a2) $36 + 12 \cdot 4 - \int_0^{10} 0,12 \cdot t^2 dt = 44$

Die Strecke ist um 44 m länger.

b) Lösungserwartung:

b1) $E(X_C) = 5$

b2) $\sigma(X_A) = \sigma(X_B) = 1,067...$

c) Lösungserwartung:

c1) $\mu_n = n \cdot \frac{1}{3}$

$$\sigma_n = \sqrt{n \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}$$

Lösungsschlüssel

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen.

b1) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Erwartungswerts.

b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Standardabweichung.

c1) Ein Punkt für das Angeben der beiden richtigen Werte, ein halber Punkt für nur einen richtigen Wert.